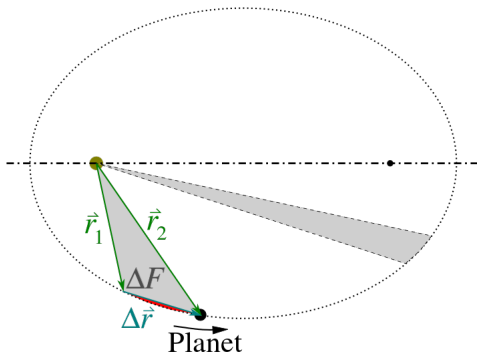


Taivaanmekaniikka

Tapio Hansson

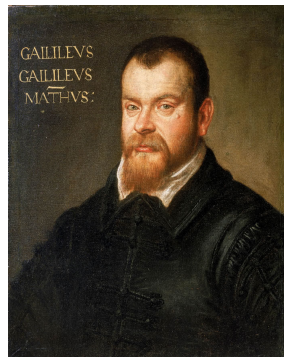


Taivaanmekaniikka

- ▶ Taivaanmekaniikka on vanhimpia tieteenaloja, jonka päätavoitteena on selvittää taivaankappaleiden ratoja.
- ▶ Alkutaival lähtee antiikin kreikkalaisten kiinnostuksesta planeettojen liikkeeseen.
- ▶ Merkittäviä hetkiä olivat Tyko Brahen havainnot joista Johannes Kepler johti lakinsa.
- ▶ Galilein ja Newtonin fysiikan lait loivat pohjan matemaattisesti eksaktille ja hyvin perustellulle taivaanmekaniikalle.
- ▶ Moderni taivaanmekaniikka koostuu yleisestä suhteellisuusteoriasta, jota tarvitaan, jotta hyvin suurten kappaleiden liike voidaan ymmärtää oikein.

Galileo Galilei

- ▶ Fyysikko, matemaatikko ja tähtitieteilijä.
- ▶ Kehitti kaukoputken.
- ▶ Galilei oli ensimmäisiä kokeellisia luonnontieteilijöitä.
- ▶ Hän tutki kappaleiden liikkeitä, ja ymmärsi esimerkiksi tasaisesti kiihtyvän kappaleen kulkeman matkan olevan verrannollinen ajan neliöön.
- ▶ Huomasi kappaleen lentoradan olevan paraabeli
- ▶ ja että heilurin heilahdusaika ei riipu heilahduksen laajuudesta.
- ▶ Yritti määrittää valonnopeutta.



Tyko Brahe 1546-1601

- ▶ Rikas itseoppinut tanskalainen
- ▶ Ymmärsi systemaattisten havaintojen merkityksen tutkimuksessa.
- ▶ Rakensi kaksi massiivista observatoriota.
- ▶ Ei käyttänyt kaukoputkea, mutta keräsi massiivisen havaintoaineksen tähtien sijainneista.
- ▶ Tarinan mukaan kuoli virtsarakon halkeamaan, illastettuaan Rosenbergin paronin kanssa. Hän pelkäsi nousta pöydästä etikettivirheen vuoksi.
- ▶ Menetti nenänsä kaksintaistelussa. Korvasi sen kulta-hopeaseoksesta valmistetulla.



Johannes Kepler 1571-1630

- ▶ Tähtitieteilijä ja matemaatikko
- ▶ Pääsi varsin vaikeista olosuhteista ylös akateemiseen maailmaan.
- ▶ Hyödyntäen omia ja Tyko Brahen havaintoja, Kepler laati kolme kuuluisaa lakiaan 10 vuoden aikana.
- ▶ Onnistui työssä ilman analyttistä geometriaa ja differentiaalilaskentaa.
- ▶ Toimi Keisarillisena matemaatikkona Brahen kuoleman jälkeen.



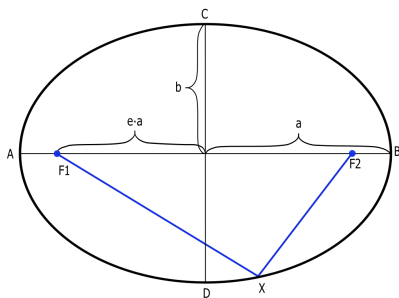
Keplerin lait

1. Planeettojen radat ovat ellipsejä, joiden toisessa polttopisteessä on Aurinko.
2. Planeetan liikkuaessa, sitä Aurinkoon yhdistävä jana pyyhkäisee yhtäpitkässä ajassa aina yhtä suuren pinta-alan.
3. Planeettojen kiertoaikojen neliöt ovat suoraan verrannolliset niiden keskietäisyyksien kuutioihin.

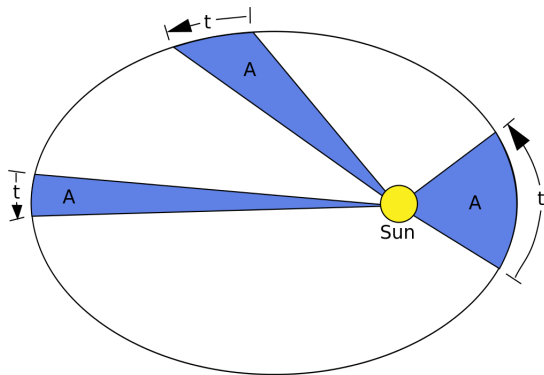
$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{r_1^3}{r_2^3}$$

Keplerin I laki

- ▶ Ellipsi on tasokuvio, joka syntyy kahden tason pisteen ympärille siten, että kun lasketaan ellipsin pisteen etäisyyksien summa kumpaankin polttopisteeseen saadaan aina jokin vakio arvo.
- ▶ Tason pisteitä kutsutaan polttopisteiksi.
- ▶ Ellipsin symmetria-akseleita sanotaan isoakseliksi ja pikkuakseliksi.



Keplerin II laki



By Kepler2.gif: Illustration by RJHall using Paint Shop Pro, derivative work: Talifero (talk) - Kepler2.gif, CC BY-SA 2.0 at, Wikimedia Commons

- ▶ Planeetasta Aurinkoon kulkeva jana pyyhkäisee kaikkina yhtä pitkinä aikaväleinä yhtä suuren pinta-alan.
- ▶ Planeetan ratanopeus on siis suurempi *perihelissä* kuin *aphelissä*.

Keplerin III laki

- ▶ Planeettojen kiertoaikojen neliöt ovat suoraan verrannolliset niiden keskietäisyyksien kuutioihin.

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{r_1^3}{r_2^3}$$

- ▶ Lakia voi soveltaa myös esimerkiksi saman planeetan ympärillä olevien kuiden aikoihin.
- ▶ Newtonin lakien avulla Keplerin III laki voidaan kirjoittaa hieman yleisemmässä muodossa. Yksinkertaistaen radat ympyröiksi saadaan:

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{\gamma M} \right) r^3,$$

missä γ on gravitaatiovakio ja M keskuskappaleen massa.

Jättiläisten harteilla, Isaac Newton 1642-1726

- ▶ "Jos olenkin nähnyt kauemmaksi kuin muut, johtuu se siitä että seisoin jättiläisten harteilla"
- ▶ Kehitti matemaattiset työkalut kappaleiden liikettä kuvatakseen.
- ▶ Huomasi kappaleen putoamisen ja Kuun kiertoliikkeen olevan sama asia.
- ▶ Muotoili klassisen mekaniikan perustan Galilein, Brahen ja Keplerin havaintojen pohjalta.
- ▶ Kehitti laadukkaan kaukoputken, tutki optiikkaa, alkemiaa, lämpöoppia okkultismia ja uskontoa.



Newtonin gravitaatiolaki

- ▶ Kolmen tunnetuimman Newtonin lain lisäksi Newton mutoili matemaattisen lain, joka kuvaa kappaleiden toisiinsa kohdistamaa gravitaatiovoimaa.
- ▶ Kappaleiden, joiden massat ovat m_1 ja m_2 vetävät toisiaan puoleensa voimalla

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

missä r on kappaleiden välimatka ja

$\gamma = 6,67428 \cdot 10^{-11} \text{Nm}^2/\text{kg}^2$ on gravitaatiovakio.

- ▶ Keplerin lait seuraavat Newtonin laeista ja gravitaatiolaista.
- ▶ Gravitaatiovoima on *keskeisvoima*, sillä se suuntautuu aina kohti samaa pistettä.

”Moderni” taivaanmekaniikka

- ▶ Newtonin lait sisältävät kaiken fysiikan, mitä taivaanmekaniikkaan liittyy.
- ▶ Joseph Louis Lagrange yritti 1700-luvulla ratkaista kolmen kappaleen problemaa, ja löysi Lagrangen pisteet.
- ▶ Lagrange muotoili klassisen mekaniikan energialähtöisesti, Newtonin voimalähtöisen tavan sijaan.
- ▶ Lagrangen menetelmä sopi erityisesti komeettojen ratojen laskuun, ja myöhemmin avaruusalusten.
- ▶ Kolmen kappaleen problemaa ei voi ratkaista analyttisesti, mutta suomalaismatemaatikko Karl Fritof Sundman löysi sarjaratkaisun 1912.
- ▶ Suurin osa laskuista voidaan suorittaa klassisen mekaniikan mukaisesti, mutta tarkat laskut vaativat suhteellisuusteoreettista tarkastelua.