

Derivaatta II: Harjoituksia 2

1. Osoita, että

$$Dkf(x) = kDf(x),$$

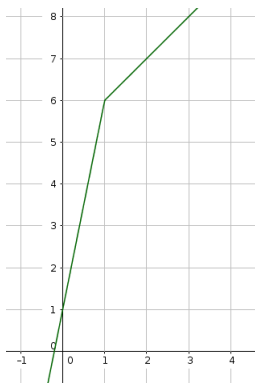
missä $k \in \mathbb{R}$.

2. Osoita, että

$$D(f(x) + g(x)) = Df(x) + Dg(x).$$

vinkki: erotusosamäärän raja-arvo.

3. Pohdi kuvan funktion a) jatkuvuutta b) derivoituvuutta. Määritä funktion lauseke kuvaajan perusteella.



4. Tutki onko funktio derivoituva kohdassa $x = 0$ ja jos on, niin laske $f'(0)$.

(a)

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 0 \\ 2x, & x \geq 0 \end{cases}$$

(b)

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 0 \\ 2x^2, & x \geq 0 \end{cases}$$

5. Tutki onko funktio derivoituva kohdassa $x = 2$ ja jos on, niin laske $f'(2)$.

(a)

$$f(x) = \begin{cases} x^3, & x < 2 \\ 12x - 16, & x \geq 2 \end{cases}$$

(b)

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 2 \\ 2x^2 - 4, & x \geq 2 \end{cases}$$

6. Miten määritellään kasvava funktio? Anna esimerkki epäjatkevasta kasvavasta funktiosta. Anna esimerkki kasvavasta funktiosta, joka on origossa jatkuva, mutta ei derivoituva. Piirrä funktioiden kuvaajat. (yo-koe 1997).

7. Derivoi kaavojen avulla

(a) $f(x) = x^2$

(b) $f(x) = 5x^5 - 6x^3$

(c) $f(x) = 3x^4 - 2x^2 + x$

(d) $f(x) = e^x \cos x$

(e) $f(x) = 3 \sin(3x)$

(f) $f(x) = 3x^2(5x^7 + \pi)$

(g) $f(x) = (2x^2 - 5x + 4)(5x^3 + x^2 + 3x)$

(h) $f(x) = x \ln x$

(i) $f(x) = \tan(4x + 6)$

(j) $f(x) = \arcsin(5x + 2)$

(k) $f(x) = \log_{10}(x^4 + x^3)$

(l) $f(x) = \sqrt{4x + 3}$

(m) $f(x) = \sqrt[5]{\frac{3x}{2x^2+2}}$

(n) $f(x) = \frac{6x^3 - x^2}{4x + 5}$

(o) $f(x) = e^{3x^2 - x}$

(p) $f(x) = e^{\sqrt{x^3+2}}$

(q) $f(x) = \cos(\ln(\sqrt[3]{x^5}))$

(r) $f(x) = \frac{\ln(3x+2)}{\sqrt{5x+2}}$

8. Johda osamäärän derivointikaava lähtien tulon derivaatasta $D(fg^{-1})$.