

Derivaatta II: Harjoituksia 4

1. Kauppias asetti juuston hinnaksi 7 euroa kilolta. Hän myi tällöin 120 kilogrammaa päivässä. Hänen teettämänsä arvion mukaan jokainen 10 senttiä lisää hintaa vähentää päivämyyntiä 3 kg.
 - (a) Kuinka suureksi hinta tulee asettaa, jotta myynnin kokonaisarvo olisi mahdollisimman suuri?
 - (b) Kauppias maksaa juustosta itse 4 euroa kilolta. Kuinka suureksi kilohinta tulee asettaa, jotta myynnistä saisi mahdollisimman suuren voiton?
2. Suorakulmaisen kolmion kateettien summa on 18,0 cm. Mikä on pienin mahdollinen hypotenuusan pituus?
3. Suoran ympyrälieriön muotoisen astian pohjan halkaisija on 20 cm, ja korkeus 40 cm. Astian pohjalle asetetaan pallo ja astiaan kaadetaan vettä, kunnes pallo on juuri ja juuri peittänyt. Minkä kokoisen pallon peittäminen vaatii eniten vettä?
4. Suoran ympyräkartion korkeus on 8 ja pohjaympyrän säde 4. Kartion sisällä on suora ympyrälieriö, jonka pohja on kartion pohjalla. Mikä on lieriön suurin mahdollinen tilavuus?
5. Suorakulmion yksi kärki on origossa, ja siitä lähtevät kaksi sivua sijaitsevat positiivisilla koordinaattiakseleilla. Neljäs kärki sijaitsee paraabelilla $y = 4 - x^2$ alueessa $x \geq 0, y \geq 0$. Määritä suorakulmion suurimman mahdollisen pinta-alan tarkka arvo. (YO-koe s16 t4)
6. Puoliympyrään on piirretty suorakulmio siten, että yksi sen sivuista on puoliympyrän suoralla reunalla ja tälle sivulle vastakkaiset kulmat ovat ympyrän kehällä. Kuinka suuri on suorakulmion kannan ja korkeuden suhde, kun sen piiri on pisin mahdollinen?
7. Kolme metriä korkean ja kahdeksan metriä leveän, poikkileikkaukseltaan tasakylkisen kolmion muotoiselle omakotitalon ullakolle rakennetaan poikkileikkaukseltaan suorakaitteen mallinen huone. Kuinka korkea huone on, kun sen tilavuus on mahdollisimman suuri? Onko kyseinen huone käytännöllisen muotoinen?
8. Uima-altaan tilavuuden tulee olla 32 m^3 , pohjan neliön muotoinen ja seinien pystysuorat. Seinät ja pohja kaakeloidaan. Suunnittele altaan mitoitus niin, että kaakelia menee mahdollisimman vähän.

Vastauksia:

1. a) 5,5 €/kg b) 12 €/kg
2. $\sqrt{162} \approx 12,73$ cm
3. Pallon säde n. 7,1 cm.
4. $\frac{512\pi}{27} \approx 59,6$
5. $\frac{16\sqrt{3}}{9} = \frac{16}{3\sqrt{3}}$
6. $\frac{\text{kanta}}{\text{korkeus}} = 4$
7. 1,5 m
8. Pohjan sivu 4 m ja korkeus 2 m.