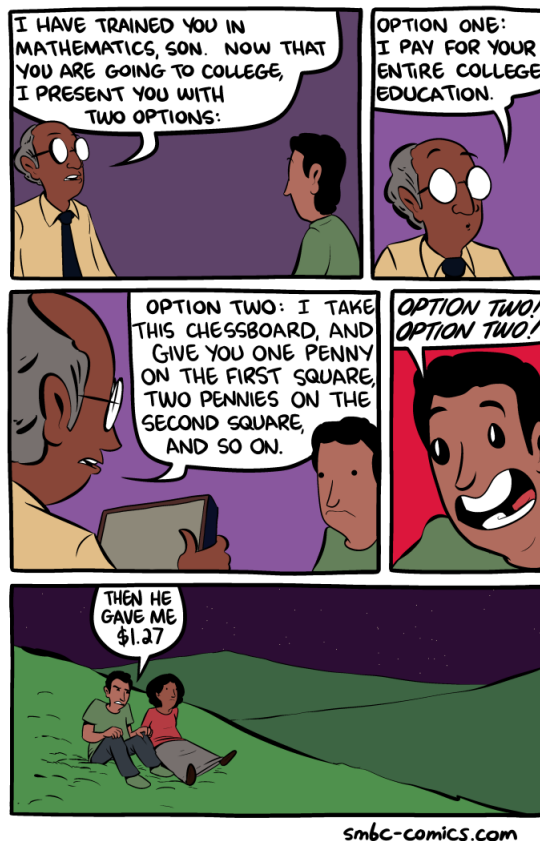


Derivaatta II: Harjoituksia 5

1. Mikro-organismien määrä kasvaa otollisissa olosuhteissa eksponentiaalisesti olettaen, että ravintoa riittää, eikä organismia tuhoavia muita organismeja tai antibiootteja ole läsnä. Hyvissä olosuhteissa bakteeri voi jakaantua 15 minuutin välein. Jos viljeämässä on aluksi 0,2 grammaa bakteereja, kauanko mallin mukaan kestää, että bakteerien massa ylittää Auringon massan? Miksi näin ei todellisuudessa tapahdu?
2. Legendan mukaan eräs tietäjä esitteli kauniin käsintehtyn shakkilaudan Intian kuninkaalle. Kuningas kysyi mitä tietäjä haluaisi korvaukseksi laudasta. Tietäjä pyysi korvaukseksi riisiä siten, että laudan ensimmäiseen ruutuun tulisi yksi jyvä, seuraavaan kaksi, kolmanteen neljä ja niin edelleen aina tuplaten edellisen ruudun jyvien määrän. Muodosta funktio joka kuvaa jyvien määrää ruutujen funktiona. Montako jyvää kuninkaan olisi pitänyt maksaa? Mitä hauskaa on oheisessa sarjakuvassa? Millä periaatteella sarjakuvan isä maksoi pojalleen?



Kuva 1: <http://www.smbc-comics.com/index.php?id=4071>

3. Auton arvo vähenee 11,5% vuodessa. Kuinka monen vuoden kuluttua arvo on kolmasosan alkuperäisestä?

4. Lääkeaineen pitoisuus puoliintuu elimistössä yksilöstä vaihdellen 15-18 tunnissa. Lääkityksen päätyttyä aineen voidaan katsoa poistuvan elimistöstä ajassa, joka on viisi kertaa puoliintumisaika. Kuinka monta prosenttia lääkeainetta on tuolloin kuitenkin vielä jäljellä? Kuinka monta tuntia lääkkityksen jälkeen on odotettava, jotta 99% lääkeaineesta on poistunut elimistöstä? (yo-teht. s04/12)
5. Varjoainekuvauksissa käytettävästä fluorin ^{18}F -isotoopista hajoaa tunnissa 32%. Potilaalle annettiin 2,8 mg kyseistä isotooppia.
 - (a) Muodosta funktio, joka kertoo fluori-isotoopin määrän ajan funktiona antamishetkestä alkaen.
 - (b) Paljonko ainetta oli jäljellä 3 tunnin kuluttua?
 - (c) Paljonko ainetta oli alkuperäisessä annoksessa, joka valmistettiin 45 minuuttia ennen kuin annettiin potilaalle?
6. Muodosta Maclaurinin polynomin neljä ensimmäistä termiä seuraaville funktioille:
 - (a) $\ln(x + 1)$
 - (b) $\sqrt{x + 1}$
 - (c) $(1 + x)^{-1}$
7. Muodosta Maclaurinin polynomin neljä ensimmäistä termiä funktiolle e^x . Kuinka suuri suhteellinen virhe muodostamallasi polynomilla on kohdassa $x = 2$? Montako termiä potenssisarjaan pitäisi ottaa, että virhe on alle prosentin?
8. Muodosta Taylorin polynomin neljä ensimmäistä termiä funktiolle e^x kohdassa $x = 1$. Kuinka suuri suhteellinen virhe muodostamallasi polynomilla on kohdassa $x = 2$? Montako termiä potenssisarjaan pitäisi ottaa, että virhe on alle prosentin?
9. Muodosta Taylorin polynomin neljä ensimmäistä termiä funktiolle $\sqrt{x + 1}$ kohdassa $x = 1$. Kuinka suuri suhteellinen virhe muodostamallasi polynomilla on kohdassa $x = 2$?

Vastauksia:

1. n. 28,2 h
2. muodosta itse
3. 9 vuoden
4. 3,125%, 100-120 h
5. b) 0,88 mg c) 3,7 mg
6. googleta
7. 14%
8. 1,9%
9. 0,15%