

## Derivaatta II: Harjoituksia 7

1. Laske funktion  $f(x, y) = x^2y$  gradientti. Muodosta suunnattu derivaatta kohdassa  $(3,2)$  suuntaan  $\hat{i} + 2\hat{j}$ .
2. Mikä on edellisen tehtävän funktion suurimman suunnatun derivaatan arvo pisteessä  $(3,2)$ ?
3. Mikä on ensimmäisen tehtävän funktion suunnattu derivaatta pisteessä  $(3,2)$  suuntaan  $-3\hat{i} + 4\hat{j}$ ?
4. Laske funktion  $f(x, y) = xe^{xy} + y$  suunnattu derivaatta suuntaan  $\theta = \frac{2\pi}{3}$  pisteessä  $(2,0)$ .
5. Olkoon  $f(x, y, z) = xye^{x^2+z^2-5}$ . Laske suunnattu derivaatta pisteessä  $(1,3,-2)$  vektorin  $\bar{v} = 3\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$  suuntaan.
6. Laske funktion  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$  suunnattu derivaatta pisteessä  $(0,-2)$  vektorin  $2\hat{i} + 2\hat{j}$  suuntaan.
7. Olet hiihtämässä vuorenrinteellä, joka sattuu olemaan juuri funktion  $f(x, y) = 10 - x^2 - y^4$  muotoinen. Olet pisteessä  $(1,1,8)$ . Mihin suuntaan sinun tulee laskea, jos haluat laskea mahdollisimman jyrkkään rinteeseen?
8. Kärpänen lentee huoneessa, jonka lämpötila on jakautunut funktion  $T(x, y, z) = x^2 + y^4 + 2z^2$  mukaisesti. Kärpänen on pisteessä  $(1,1,1)$  ja huomaa olevansa kylmissään. Mihin suuntaan kärpäsen tulee lentää, jotta se pääsee mahdollisimman nopeasti kohti lämmintä?

**Vastauksia:**

1.  $\frac{30}{\sqrt{5}}$
2. 15
3. 0
4.  $\frac{5\sqrt{3}-1}{2}$
5.  $\frac{-22}{\sqrt{26}}$
6.  $-\frac{1}{\sqrt{2}}$
7. Yksikkövektorin  $-\frac{1}{\sqrt{5}}\hat{i} - \frac{2}{\sqrt{5}}\hat{j}$  suuntaan
8. Yksikkövektorin  $\frac{1}{3}\hat{i} + \frac{2}{3}\hat{j} + \frac{2}{3}\hat{k}$  suuntaan