

Ratkaisut: Voimat vuorovaikutuksina

Voimien jako komponentteihin

1. Kassia, jonka massa on 5 kg nostetaan narun avulla parvekkeelle.

a) Kuinka suuria ja minkä suuntaisia voimia kohdistuu:

- kassiin
- nostajan käteen
- naruun

b) Naru näyttää varsin heikolta. Kuinka nosto on pyrittävä tällöin tekemään, jotta naru kestäisi?

c) Jos nosto tehdään siten, että kassin kiihtyvyys $a=2\text{m/s}^2$, niin kuinka suuri langan jännitysvoima tällöin on?



Ratkaisu:

Kassiin kohdistuvat voimat:

Maan vetovoima $G=mg=50\text{ N}$ alas.

Langan jännitysvoiman T vastavoima $\geq 50\text{ N}$ ylös

Nostajan käteen kohdistuu langan jännitysvoiman T vastavoima $\geq 50\text{ N}$ alas.

Lihassoima $F \geq T$, muuten nostaja ei pysty heikkojen voimiensa takia nostamaan kassia.

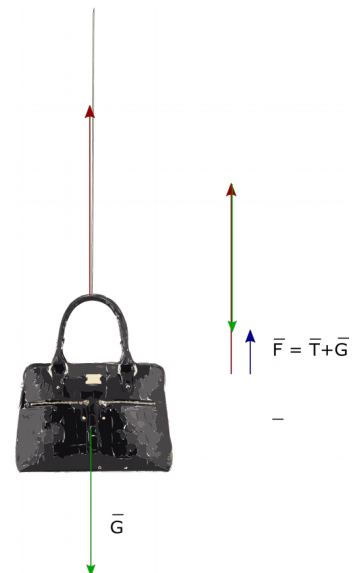
b) Tasaisella nopeudella jolloin $T=G=50\text{ N}$. Nykiminen aiheuttaa kiihdytyksiä jotka kasvattavat jännitysvoimaa T .

c) Laukkuun kohdistuva kokonaisvoima $F=ma$ ylös. Tämä on ylösnostavan T voiman ja alas vetävän G :n vektorisumma.

$$\vec{F}=m\vec{a}=\vec{T}+\vec{G}$$

skalaareilla $ma=T-G$

$$T=ma+G=5\text{ kg}2\text{ m/s}^2+50\text{ N}=10\text{ N}+50\text{ N}=60\text{ N}$$



2. Mirjukka ($m=50\text{ kg}$) tanssi bileissä olohuoneen pöydällä. Piirrä ja laske Mirjukkaan vaikuttavat voimat.

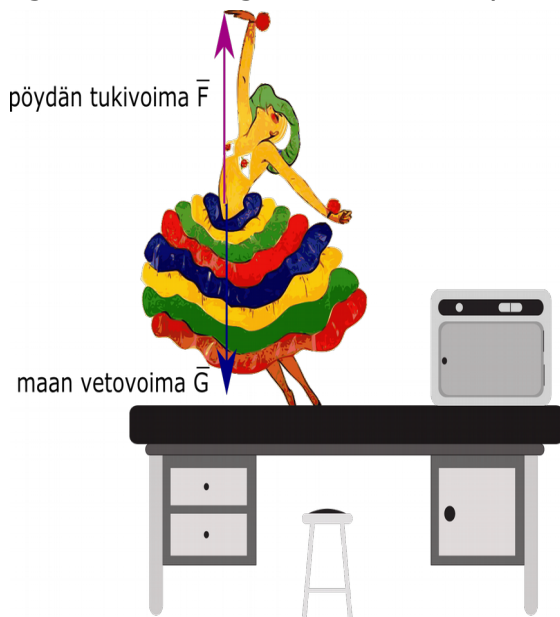
Millaisia ongelmia ilmenee, jos Mirjukka alkaa tanssiessa hypellä pöydällä?

Ratkaisu

Mirjukkaan vaikuttaa painovoima $\vec{G}=m\vec{g}$
 $G=500\text{N}$

Mirjukan putoamisen maan keskipisteeseen estää pöydän tukivoima, joka tasapainossa kumoaa painovoiman. $\vec{F}=-\vec{G}$
 $F=500\text{N}$

Jos Mirjukka alkaa hypellä pöydällä tulee maan vetovoiman lisäksi kiihtyvyyden aiheuttama alaspäin vaikuttava voima, jolloin tarvitaan suurempi tukivoima. Jossain vaiheessa pöytä ei enää kestä tämän vastavoimaa ja romahtaa, jolloin Mirjukka palaa muiden tanssijoiden joukkoon lattialle. Lisää ongelmia voi aiheutua pöydän yleensä lattiaa pienemmästä kitkasta, jolloin Mirjukka voi helpommin liukastua ja satuttaa itseään.



3. a) Lamppu, jonka massa on 15 kg on kiinnitetty yhdellä 1m pituisella narulla kattoon. Laske narun jännitys.

b) Entä jos käytettäisiin kahta narua?

c) Laske jännitys kun käytetään kahta narua jotka kiinnitetään kattoon siten, että narujen välinen kulma on 30 astetta. Mitä hyötyä tästä olisi?

Ratkaisu

a) $\bar{T} = -\bar{G}$

$$T = mg = 150 \text{ N}$$

b) $\bar{T}_1 + \bar{T}_2 = 2\bar{T} = -\bar{G}$

$$T = \frac{G}{2} = 75 \text{ N}$$

c)

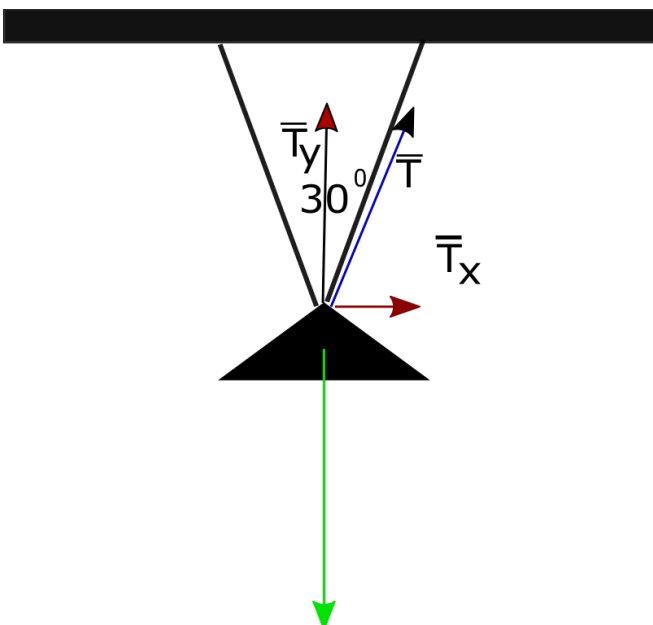
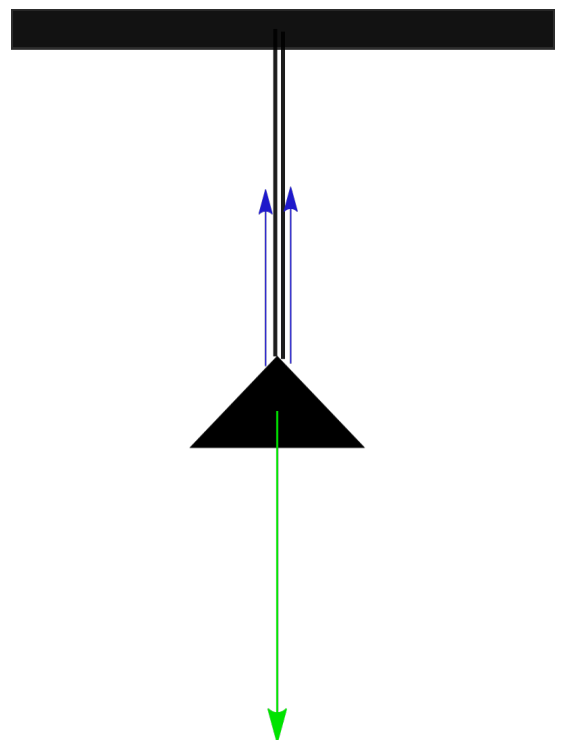
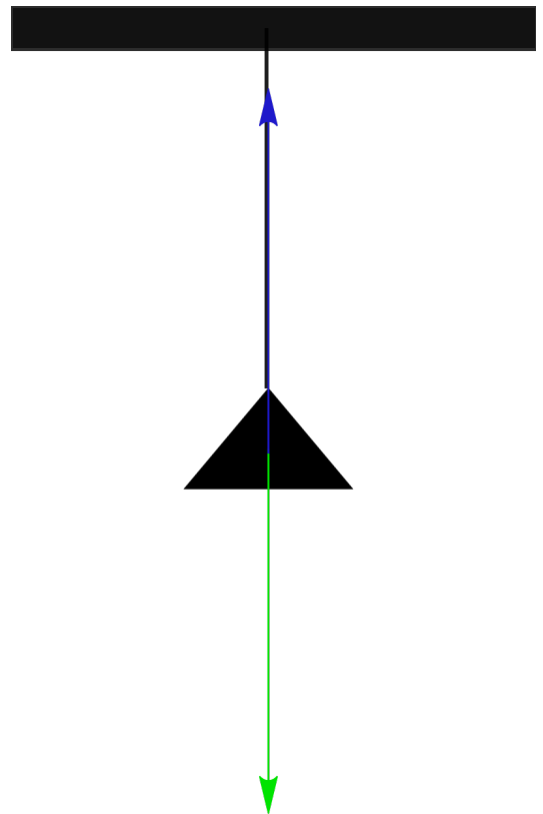
$$T_y = T \cos 15^\circ$$

Tasapaino saadaan kun $2T_y = G$

(kuvassa selkeyden vuoksi piirretty vain toinen puoli lamppuun köydestä kohdistuvaa voimaa)

$$T = \frac{G}{2 \cos 15^\circ} = \frac{150 \text{ N}}{2 \cos 15^\circ} = \frac{150 \text{ N}}{1,93} = 78 \text{ N}$$

T_x voimat estävät lampun heilahtelua.



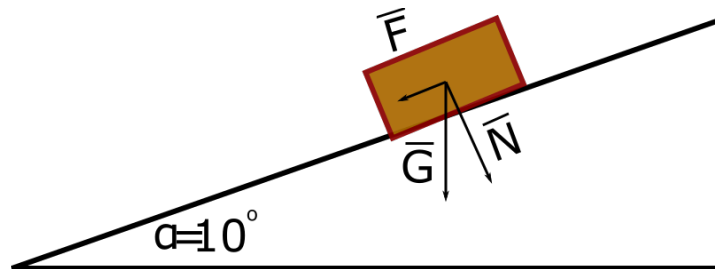
4. Putoamisliikkeen tutkiminen on varsin hankalaa suuren kiihtyvyyden $g=9,81\text{m/s}^2$ vuoksi. Helppoa se ei ole edes digitaalisilla mittalaitteilla. Puhumattakaan Galileo Galileista, joka putoamisliikettä ensimmäisenä tutki kellonaan oma sydänrytmensä.

Galilei oivalsi yhteyden kaltevilla tasolla liukumisen ja putousliikkeen välillä. Oikeastaan putousliikkeessä kaltevuuskulma saavuttaa vain ääriarvonsa 90 astetta.

Lasketaan minkä kiihtyvyyden arvon kappale saa liukuessaan alas kitkatonta kaltevaa tasoa, jonka kaltevuuskulma on 10 astetta.

Vihje: Jaa kappaleen paino kahteen komponenttiin kuvan mukaisesti.

Olisiko tällainen mäki maantiellä jyrkkä vai loiva? Laske sen nousu prosentti (kuinka paljon mäki nousee 100m:n matkalla)



Ratkaisu:

Oleellinen oivallus on, että \vec{G} ja \vec{N} vektorien välinen kulma on nousukulma.

Muinaiset kreikkalaiset jo tiesivät, että jos kahden kulman kyljet ovat kohtisuorassa toisiaan vastaan, niin kulmat ovat yhtäsuuret. Tutki tämä tarkkaan tehtävän kuviosta.



Voimakuviosta saadaan: $\frac{N}{G} = \cos \alpha$

ja $\frac{F}{G} = \sin \alpha$

$$F = G \sin \alpha = mg \sin \alpha = ma \quad \text{siis}$$

$$a = g \sin \alpha = 9,81 \text{ m/s}^2 \sin 10^\circ = 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,17 = 1,7 \text{ m/s}^2$$

Mäen jyrkkyys on $100 \sin \alpha = 17$ prosenttia. Mäki on siis hyvin jyrkkä. Jyrkimpiä mitä pyöräilykilpailuissa nousta.