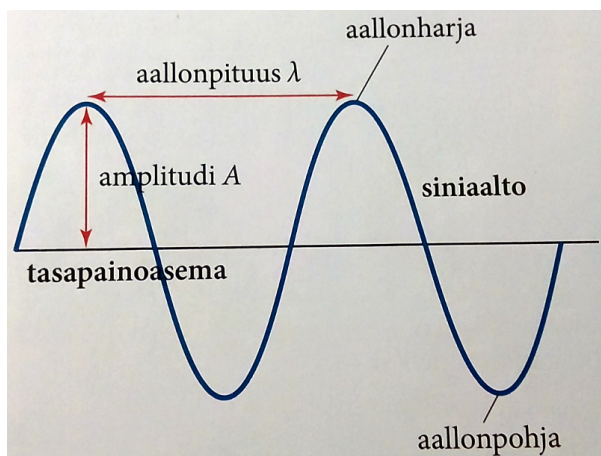


# FY3 Kertausmoniste

Tapio Hansson

## Aaltoliike

Tällä kurssilla aaltoliike jaetaan mekaaniseen ja sähkömagneettiseen aaltoliikkeeseen. Valo on sähkömagneettista aaltoliikettä, eli sähkö- ja magneettikentän *poikittaista* aaltoilua. Ääni on mekaanista, *pitkittäistä* aaltoliikettä, tarkemmin sanottuna ilman paineen vaihtelua. Kaikki väliaineen värähtelyt, kuten veden aallot ovat mekaanista aaltoliikettä. Yleensä myös pitkittäistä aaltoliikettä kuvataan *sini-aaltomallilla*.



Kuva 1: Aallon anatomia

*Aaltoliikkeen perusyhtälö* kertoo yhteyden aallon nopeuden  $v$ , aallonpituuden  $\lambda$  ja taajuuden  $f$  välillä.

$$v = f\lambda \quad (1)$$

Koska jaksonaika  $T$  on taajuuden käänteisluku, voidaan perusyhtälö kirjoittaa myös sen avulla:

$$v = \frac{\lambda}{T} \quad (2)$$

## Värähtelyt

Aallon lähteenä on yleensä *värähdysliike*, joka on peräisin *harmonisesta voimasta*. Värähdys-

liikkeessä värähtelijän etäisyys tasapainoasemasta vaihtelee jaksollisesti. Harmonine voima kohdistuu aina kohti *tasapainoasemaa*. Tyypillisiä *harmonisia värähtelijöitä* ovat jousivärähtelijä ja heiluri. Harmoninen voima on suoraan verrannollinen etäisyyteen  $x$  tasapainoasemasta

$$F = -kx. \quad (3)$$

Yhtälössä (3)  $k$  on niin sanottu *jousivakio*, joka kuvaa jousen jäykkyyttä. Jousivakion ei välttämättä tarvitse kuvata konkreettista joustaa, mikäli tilanteessa vallitsee harmoninen voima. Jousivärähtelijän ideaalinen jaksonaika on

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}, \quad (4)$$

jossa  $m$  on värähtelijän massa. Vastaavasti heilurivärähtelijän jaksonaika on

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}, \quad (5)$$

jossa  $l$  on heilurin pituus.

## Aallon kulku väliaineessa

Aaltoliikkeen nopeus riippuu väliaineesta. *Aalto-opillisesti tiheämmässä* aineessa aalto liikkuu hitaammin ja *harvemmassa* aineessa nopeammin. Aineen aalto-opillinen tiheys riippuu siitä, mikä aalto kyseisessä väliaineessa kulkee.

Aallon nopeuden muutos rajapinnassa aiheuttaa niin sanottuja rajapinta-ilmiöitä, eli heijastuksen ja taittumisen. *Heijastuskulma* on aina yhtä suuri kuin *tulokulma*, mutta taitte- kulma riippuu aallon nopeuksista väliaineissa. Aallon taittumista rajapinnassa kuvaa *Snellin laki*, eli *taittumislaki*:

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (6)$$

jossa  $n_2$  ja  $n_1$  ovat taitekertoimia, jotka voidaan määrittää vain sähkömagneettiselle aalolle, eli valolle. Tulokulma, heijastuskulma ja taitekulma mitataan aina *pinnan normaaliin* nähden.

Valon tyhjiönopeus on universaali vakio  $c = 299792458 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Aineen  $A$  taitekerroin määritetään suhteessa valon tyhjiönopeuden suhteena valon nopeuteen aineessa  $A$ :

$$n_A = \frac{c}{c_A}. \quad (7)$$

Mitä suurempi taitekerroin on, sitä enemmän valo taittuu rajapinnassa. Ääni ei kulje tyhjiössä, joten äänelle vastaavanlaista taitekerrointa ei voida määrittää. Valolle taittumislaki kirjoitetaan usein muodossa:

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2. \quad (8)$$

Aaltoliikkeen tullessa aalto-opillisesti tiheämmästä aineesta harvempaan, voi tapahtua *kokonaisheijastus*. Tällöin aalto taittuu normaalista pois päin, joten kun tulo kulma kasvaa niin suureksi, että taitekulma saavuttaa  $90^\circ$ , tapahtuu kokonaisheijastus, eli taittuva valonsäde ei päädykkään toiseen väliaineeseen. Kokonaisheijastuksen rajakulma saadaan taittumislaki. Äänen tapauksessa kokonaisheijastus voi tapahtua siirryttäessä esimerkiksi ilmasta veteen, ja valon tapauksessa vedestä tai lasista ilmaan.

## Sädeoptiikkaa

Valon kulkua voidaan kuvata *sädeoptiikan* keinoin. Heijastuslaki, taittumislaki ja valon suoraviivainen kulku tasaisessa väliaineessa ovat tärkeimmät sädeoptiikan perusoletukset. Kuvan muodostuminen linseissä ja peileissä kuvataan sädeoptiikan sääntöjen avulla. Perusoletukset ovat, että *pääakselin* suuntaiset säteet taittuvat kohti *polttopistettä*, ja polttopistettä kohti kulkevat taittuvat pääakselin suuntaiseksi. Lisäksi linssin keskipistettä kohti kulkeva säde ei taitu. *Kupera* linssi kokoaa säteet ja muodostaa *todellisen kuvan* (kunhan esine on polttopisteen takana), kun taas *kovera* linssi hajottaa säteet ja muodostaa *valekuvan*. Kuvien ja esineiden paikat saadaan matemaatti-

sesti *kuvausyhtälöllä*

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}, \quad (9)$$

jossa  $a$  on esineen paikka,  $b$  on kuvan paikka ja  $f$  on *polttoväli*. Viivasuurennos  $m$ , eli kuvan ja esineen korkeuksien suhde saadaan myös kuvan ja esineen etäisyyksien suhteena:

$$m = \frac{k}{e} = \left| \frac{b}{a} \right|. \quad (10)$$

Useamman *optisen komponentin* systeemit voidaan ratkaista käyttämällä edellisen komponentin muodostamaa kuvaa seuraavan esineenä.

## Interferenssi

Interferenssi tarkoittaa aaltojen yhteisvaikutusta. Jos kaksi aaltoa kohtaa samassa väliaineessa, ne lasketaan yhteen. Summa-aalto syntyy niin sanotun *superpositioperiaatteen* avulla. Sen mukaan poikkeama saadaan laskemalla kohtaavien aaltojen poikkeamat yhteen tarkastelupisteessä. *Huygensin periaate* kuvaa aaltorintaman etenemistä. Sen mukaan jokainen aaltorintaman piste toimii uuden alkeisaallon lähteenä, jolloin summaksi muodostuu etenevä rintama. Huygensin periaate johtaa aallon *taipumiseen* sen kohdatessa jonkin esteen, esimerkiksi *kaksoisraon* tai jonkin reunan. Taipumista kutsutaan *diffraktioksi*.

*Youngin koe* osoitti valon aaltoluonteen. *Koherentti* valo taipuu kaksoisraossa ja muodostaa *interferenssikuvion* varjostimelle. Interferenssikuviossa kirkkaat pisteet johtuvat *konstruktivisesta* interferenssistä ja tummat läikät *destruktivisesta*. *Maksimien* paikat kaksoisraossa tai hilassa saadaan *hilayhtälöllä*

$$d \sin \theta = k\lambda, \quad (11)$$

missä  $d$  on vierekkäisten rakojen välimatka ja  $\theta$  kulma johon  $k$ :s maksimi syntyy. Heikentävä interferenssi syntyy, kun kohtaavat aallot ovat vastakkaisessa vaiheessa, tällöin ehto on

$$d \sin \theta = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda. \quad (12)$$

Valo on siis sähkö- ja magneettikenttien aaltoilu. Yleisesti tämä aaltoilu tapahtuu joka

suuntaan, mutta valon sanotaan olevan polarisoitunutta, jos sähkökenttä värähtelee vain yhdessä suunnassa. Tämä saadaan aikaiseksi suodattamalla tai heijastamalla valo sähköeristeen pinnasta. Heijastunut valo on täysin polarisoitunutta silloin kun heijastuskulman ja taitekulman summa on  $90^\circ$ . Tätä kutsutaan Brewsterin laiksi. Tulokulmalle saadaan tällöin ehto

$$\tan \alpha_B = \frac{n_2}{n_1}, \quad (13)$$

missä  $n$ :t ovat aineiden taitekertoimia, kuten taittumislaisissa ja  $\alpha_B$  on Brewsterin kulma, josta saapuva valo on täysin polarisoitunutta. Polarisointi voidaan tehdä myös polarisoivalla levyllä.

*Seisova aalto* voi syntyä kun aaltolähteestä lähtevät aallot interferoivat jostain esteestä takaisin päin heijastuvien aaltojen kanssa. Tällöin aalto ei kuljeta energiaa vaan värähtelyyn syntyy *solmu-* ja *kupukohtia*. Seisova aalto syntyy, kun heijastuvat aallot ovat vahvistavassa interferenssissä keskenään. Värähtelyyn kieleen syntyy seisova aalto. *Perusvärähtelyssä* vain kielen päissä on solmukohtat ja kielen pituus on puolet aallonpituudesta. Kun solmukohtia lisätään puhutaan ensimmäisestä, toisesta, jne. *ylävärähtelystä*. Kun perustaaajuus tunnetaan, saadaan ylävärähtelyt kaavalla

$$f_n = n f_1, \quad (14)$$

missä  $f_1$  on perusvärähtelyn taajuus ja  $n$  kerro monensko ominaistajuus on kyseessä.

## Huojunta ja Dopplerin ilmiö

*Huojunta* havaitaan kun kahden äänilähteen taajuudet ovat lähellä toisiaan. Tällöin huojuntataajuus eli huojuvan äänen voimakkuuden vaihtelun taajuus on

$$f_h = |f_1 - f_2|, \quad (15)$$

missä  $f_1$  ja  $f_2$  ovat kahden eri äänilähteen taajuudet. *Interferenssiaallon* taajuus tällöin on kahden aallon taajuuksien keskiarvo.

*Dopplerin ilmiö* on aaltoliikkeen taajuuden näennäinen muutos, joka johtuu aaltolähteen ja havaitsijan *suhteellisesta liikkeestä*. Jos aaltolähde on liikkeessä havaittu taajuus saadaan

kaavalla

$$f = \frac{v}{v \pm v_l} f_0, \quad (16)$$

missä  $v$  on aallon nopeus,  $v_l$  aaltolähteen nopeus ja  $f_0$  todellinen taajuus, jolla se lähettää aaltoja.  $+$ -merkkiä käytetään kun lähde liikkuu pois päin havaitsijasta ja  $-$ -merkkiä kun kohti havaitsijaa. Vastaavasti kun havaitsija on liikkeessä taajuus saadaan

$$f = \frac{v \pm v_h}{v} f_0, \quad (17)$$

jossa  $v_h$  on havaitsijan nopeus. Nyt  $+$ -merkkiä käytetään kun havaitsija liikkuu kohti lähettä ja  $-$ -merkkiä kun pois päin.

## Intensiteetti ja intensiteettitaso

*Intensiteetti* määritellään yleisesti tehona, joka kohdistuu jollekin pinnalle.

$$I = \frac{P}{A}. \quad (18)$$

Intensiteetti kuvaa säteilyn tai äänen voimakkuutta. Valon tapauksessa käytetään *fotometrisiä suureita*, *valovoimaa* ja *valaistusvoimakkuutta*. Kuultavan äänen alue on todella laaja, joten sen mitaamiseen käytetään *logaritmista desibeliasteikkoa*. Tietyn intensiteetin  $I$  omaavan äänen *intensiteettitaso*  $L$  saadaan desibeleinä (dB) kaavalla:

$$L = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0}, \quad (19)$$

missä  $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$  on ihmisen *kuulokynnyksen* intensiteetti ja  $\log$ -tarkoittaa kymmentä kantaista logaritmia.