

FY7 Hajoamislaki

Tapio Hansson

Radioaktiivinen hajoaminen

- ▶ Radioaktiivinen hajoaminen on satunnaisprosessi, jonka taustalla ovat kvanttimekaaniset ilmiöt atomin ytimessä.
- ▶ Yksittäisen ytimen hajoamisesta emme voi tehdä ennusteita, mutta kun ytimiä on paljon, voimme tehdä tilastollisen ennusteen.
- ▶ Ytimiä on käytännössä aina niin paljon, että tilastolliset lait ovat hyvin tarkkoja.
- ▶ Suure, joka kuvaa ydinten hajoamisnopeutta on nimeltään aktiivisuus A .

$$A = -\frac{dN}{dt},$$

missä N on aktiivisten ydinten lukumäärä. Negatiivinen merkki tarkoittaa, että ydinten määrä vähenee.

- ▶ Aktiivisuuden SI-yksikkö on becquerell, $1 \text{ Bq} = 1 \frac{1}{\text{s}}$

Hajoamislaki

- ▶ Koska hajoaminen on satunnaisprosessi, hajoamisten määrä on suoraan verrannollinen hajoavien ydinten lukumäärään. Kutsutaan verrannollisuuskerrointa *hajoamisvakioksi*, ja merkitään sitä tunnuksella λ . Tällöin siis

$$A = \lambda N$$

- ▶ Hajoamisvakio on tietylle ydinlajille ominainen, ja se kuvaa ytimen hajoamistodennäköisyyttä.
- ▶ Aktiivisuus on siis ydinten muutosnopeus, mutta toisaalta suoraan verrannollinen ydinten määrään. Saamme differentiaaliyhtälön:

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N$$

Ratkaisu muuttujan erottamismenetelmällä

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N$$

$$dN = -\lambda N dt \quad || : N$$

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt \quad || \int$$

$$\int_{N_0}^N \frac{1}{N} dN = \int_0^t -\lambda dt$$

$$\int_{N_0}^N \ln N = \int_0^t -\lambda t$$

$$\ln N - \ln N_0 = -\lambda t + \lambda \cdot 0$$

$$\ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t$$

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}$$

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

Hajoamislaki

- ▶ Saimme johdettua radioaktiivisten ydinten määrää kuvaavan funktion, kun ytimiä on hetkellä N_0 kappaletta ajan hetkeellä $t = 0$.

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

- ▶ Vastaavasti aktiivisuudelle saamme oman lausekkeen:

$$A = -\lambda N = -\lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t},$$

sillä aineen aktiivisuus hetkellä $t = 0$ on $A_0 = -\lambda N_0$.

- ▶ Aineen aktiivisuus on siis eksponentiaalisesti vähenevä suure. Vähennemisnopeus hidastuu ajan kuluessa, minkä vuoksi näytteiden aktiivisuus ei katoa pitkänkään ajan kuluessa kokonaan.
- ▶ Suuri hajoamisvakio tarkoittaa, että ytimen hajoavat keskimäärin nopeasti.

Puoliintumisaika

- ▶ Radioaktiivisen aineen hajoamisnopeutta kuvataan usein myös suureella *puoliintumisaika* $T_{1/2}$.
- ▶ Puoliintumisaika kertoo missä ajassa puolet aktiivisista ytimistä on hajonnut.
- ▶ Sen arvo riippuu hajoamisvakioista:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$\frac{1}{2}N_0 = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}}$$

$$-\lambda T_{1/2} = \ln \frac{1}{2}$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

Esimerkki YO-KOE s15t9

- a) Selitä radiohiiliajoituksen (C-14-menetelmä) periaate.
- b) Janakkalassa sijaitsevasta muinaisesta ruumishaudasta löytyi vuonna 2013 vainajan lisäksi kaksi miekkaa. Toinen miekka ajoitettiin viikinkiajalle vuosille 950–1050, ja toinen miekka oli ristiretkiaikainen vuosilta 1050–1200. Haudan ikä määritettiin radiohiiliajoituksella. Vainajan olkavarresta otetun luunäytteen ^{14}C - ja ^{12}C -ytimien lukumääräsuhde (isotooppi-suhde) oli $1,12 \cdot 10^{-12}$. Miltä vuosisadalta hauta oli peräisin, kun tiedetään, että vastaava isotooppisuhde elävässä kudoksessa on $1,22 \cdot 10^{-12}$? Olisiko tapahtunut virhe, jos hauta ja vainaja olisi ajoitettu pelkästään esinelöytöjen perusteella? (YO-KOE s15t9)

a-kohdan keskeisimmät huomiot

- ▶ Hiili-14 syntyy kosmisen säteilyn seurauksena yläilmakehässä säteilyn osuessa ^{14}N -atomeihin.
- ▶ Typen ja kosmisen säteilyn määrän oletetaan pysyneen vakiona läpi eri aikakausien, joten myös ^{14}C -isotooppia on vakiomäärä.
- ▶ ^{14}C siirtyy ilmasta kasveihin ja eliöihin aineenvaihdunnassa.
- ▶ Kun eliö kuolee aineenvaihdunta lakkaa, jolloin uutta ^{14}C ei tule enää, ja se hajoaa radioaktiivisesti.
- ▶ Puoliintumisaika on n. 5730 vuotta, joten ^{14}C -isotoopin määrä alkaa pienentyä ajan kuluessa.
- ▶ Näytteen ikä voidaan määrittää ^{14}C -isotoopin ja ^{12}C -isotoopin suhteesta.

b-kohta

Merkitään:

N_{12} ^{12}C isotoopin määrä

N_0 ^{14}C isotoopin määrä alussa,
eli kuolinhetkellä.

N ^{14}C isotoopin määrä lopussa,
eli mittaushetkellä.

Hajoamislaista saadaan:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$e^{-\lambda t} = \frac{N}{N_0} \quad || \ln()$$

$$\lambda t = -\ln \frac{N}{N_0}$$

$$t = -\ln \frac{N}{N_0} \cdot \frac{1}{\lambda} \quad || \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$$

$$t = -\ln \frac{N}{N_0} \cdot \frac{T_{1/2}}{\ln 2}$$

Tehtävänannon mukaan

$$\frac{N_0}{N_{12}} = 1,22 \cdot 10^{-12}$$

$$\frac{N}{N_{12}} = 1,12 \cdot 10^{-12}$$

joten

$$\frac{N}{N_0} = \frac{1,12}{1,22}$$

Näin ollen

$$t = -\ln \frac{1,12}{1,22} \cdot \frac{5730 \text{ a}}{\ln 2} \approx 707 \text{ a}$$

Kuolin vuosi oli siis n. 1310.