

# FY7 Kvanttimekaniikka

Tapio Hansson

## Kummallinen teoria

- ▶ Kvanttimekaniikka on teoria, jota ei ehkä edes kannata yrittää "käsittää".
- ▶ Arkijärjellä ei tee kvanttimaailmassa juuri mitään.
- ▶ Luonto toimii kuten toimii, ja jos se on arkijärjen vastaista, niin olkoon sitten.
- ▶ Richard Feynmanin sanoin:  
*I think I can safely say that nobody understands quantum mechanics.*
- ▶ Lähtekäämme siis liikkeelle kysymyksistä, jotka johtivat kvanttiteorian kehittymiseen.

## Mitä on valo?

- ▶ Jo Newton teki aikanaan paljon kokeita valolla. Hän tuli siihen tulokseen, että valon täytyy olla hiukkasia. Newtonin päättely johtui valon geometrisesta luonteesta.
- ▶ Christiaan Hyugensin mukaan valo koostui aalloista.
- ▶ Kysymys pysyi pinnalla pitkään, Newton teki kokeita jotka todistivat aaltoteorian vääräksi, Fizeau ja Foucault puolestaan todistivat hiukkasteorian vääräksi.
- ▶ Britti James Clerk Maxwell kehitti 1800-luvun loppupuolella sähkömagneettisten aaltojen teoriaa, jonka osoitti oikeaksi saksalainen Heinrich Herz kokeillaan.
- ▶ Thomas Young oli jo aiemmin osoittanut valon interferenssin kokeellaan, joten tämä viimeistään taputteli pari sataa vuotta kestäneen väittelyn: Valo on sähkömagneettinen aalto.

# Spoiler Alert!

- ▶ Kliikkiotsikko vuodelta 1985:  
*Feynman: "Valo koostuu hiukkasista."*
- ▶ Itseasiassa ongelmia ilmeni jo paljon aikaisemmin.
- ▶ Ensimmäinen viite siitä, että sähkömagnetismi ei ehkä riitä, löytyi vielä 1800-luvun puolella hehkuvien kappaleiden lähettämästä valosta. Mustankappaleen säteilyä ei kyetty selittämään klassisen fysiikan avulla.
- ▶ Toinen ongelma avautui samoihin aikoihin, kun valosähköistä ilmiötä alettiin tutkia tarkemmin.

# Aalto-hiukkasdualismi

- ▶ Valosähköinen ilmiö osoittaa, että valo ei voi olla klassinen sähkömagneettinen aalto, vaan sen täytyy koostua jostain, joka voi osua yksittäiseen elektroniin. Toisaalta kuitenkin tarvitaan valon taajuus tai aallonpituus, jotta tämän otuksen energia voidaan laskea.
- ▶ Tieteen historiassa on erittäin poikkeuksellista, että tarvitaan kaksi ”kilpailevaa” teoriaa kuvaamaan sama ilmiö, eikä kumpikaan ole toisen approksimaatio.
- ▶ Valo ei itseasiassa siis ole oikein aaltoja, eikä hiukkasia, vaan jotain, jolla on molempien ominaisuuksia.
- ▶ Toisaalta Feynman sanoi valoa hiukkasiksi??

# Hiukkasaalto

- ▶ Valo voidaan hyvin ajatella hiukkasiksi. Sattuu vain olemaan hiukkasten ominaisuus, että niillä on aaltoluonnetta.
- ▶ Tarkempaa analyysiä tilanteesta löytyy Feynmanin kirjasta QED, tai yliopiston kvanttikenttäteorioiden kurssilta.
- ▶ Itse asiassa kaikilla muillakin hiukkasilla on aaltoluonnetta. Ajatuksen toi maailmalle Luis De Broglie vuonna 1924, ennen kuin aiheesta oli varsinaisia koetuloksia.
- ▶ De Broglien mukaan materiahiukkasen aallonpituus saadaan kaavalla

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv},$$

missä  $p = mv$  on hiukkasen liikemäärä,  $m$  massa ja  $v$  hiukkasen nopeus. Aaltoluonne on siis liikkuvan hiukkasen ominaisuus. Onko hiukkanen joskus paikoillaan?

## Päähän sattuu

- ▶ Epäilemättä, Einsteinkaan ei ymmärtänyt valon luonnetta.
- ▶ Valo ehkä vielä, mutta että hiukkasetkin aaltoja.
- ▶ On itseasiassa todettava, että kumpikaan ei ole kumpaakaan, vaan luonto on jälleen jännittävämpi kuin ihmismieli kykenee käsittämään.
- ▶ Kutsumme kaikkea hiukkasiksi, mutta ne eivät ole kuten biljardipallot, vaan paljon monimutkaisempia. Niillä on samankaltaisia ominaisuuksia kuin klassisilla aalloilla ja samankaltaisia ominaisuuksia kuin klassisilla hiukkasilla, mutta ne eivät ole kumpaakaan.
- ▶ Toisaalta, elektronit ja fotonit ovat pohjimmiltaan hyvin samanlaisia, joten riittää että tutkimme vain toisia niistä.

## Mysteeri, jota ei voi ratkaista

- ▶ Kvantti-ilmiöiden käyttäytymistä ei voi selittää millään klassisella tai arkijärjen mukaisella mallilla.
- ▶ Voimme vastata kysymykseen miten luonto toimii, mutta vastaus ei poista mysteeriä millainen luonto on, ainoastaan selittää miten se toimii.
- ▶ Siirrykäämme tutkimaan elektroneja vertaamalla niitä luoteihin ja aaltoiin perinteisessä kaksoisrako-kokeessa.

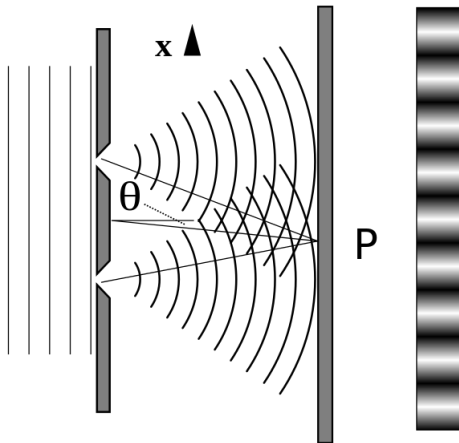


# Luodit

- ▶ Oletetaan, että kaksoisrakoon ammutaan hieman epätarkalla konekiväärillä, joka roiskii luoteja sopivaan läjään rakojen ympärille.
- ▶ Kun kaksoisrakokoe toteutetaan klassisilla hiukkasilla, esimerkiksi luodeilla, on tulos vähemmän yllättävä.
- ▶ Molempien rakojen kohdalle syntyy kasa luoteja, jonka korkein kohta on raon keskellä, ja kasat vähenevät Gaussin käyrän muotoiseksi kun etäisyys keskelle kasvaa.
- ▶ On selvää, että mitään interferenssiä tai vaikutusta ei tapahdu luotien välillä.

## Aallot

- ▶ Vastaavasti tavallisilla aalloilla tehtävässä kokeessa havaitaan selvä interferenssi.
- ▶ Huygensin periaatteen mukaisesti taso-aallot hajoavat raossa palloaalloiksi ja kahdesta raosta lähtevät aallot interferoivat keskenään.



# Elektronit

- ▶ Elektroneilla (tai muilla piskuisilla hiukkasilla) homma menee erikoisemmaksi.
- ▶ Kun koe tehdään normaalisti, sen kummemmin kiinnittämättä huomiota mihinkään, ilmestyy kaikeksi yllätykseksi varjostimelle interferenssikuvio.
- ▶ Seuraavaksi voimme tutkia tilannetta esimerkiksi sulkemalla toisen koloista.
- ▶ Tällöin, kuten odottaa saattaa, syntyy vain yksi kasa.
- ▶ Elektronit käyttäytyvät siis kuten aallot, ja interferoivat kaksoisraossa.

# Elektronit

- ▶ Kokeeseen voidaan tehdä pieni lisä. Asetetaan varjostimeen elektronimonistin, joka tuottaa pienen naks-äänien aina kun siihen osuu elektroni.
- ▶ Kun koetta jatketaan havaitaan nyt putken naksuttavan sitä tahtia kun elektroneja tulee varjostimelle.
- ▶ Elektronien virtaa voidaan pienentää niin, että lopulta ääniä kuuluu vain silloin tällöin yksi kerrallaan. Aina kuuluu kuitenkin kokonainen naksaus, eikä koskaan puolikasta.
- ▶ Elektronien täytyy siis tulla kohteeseen yksittäisinä möykkyinä.

## Luonto pitää meitä pilkkanaan

- ▶ Yritetään seuraavaksi olla ovelia ja asetetaan pieni havaintolaite, joka väläyttää valon aina kun elektroni kulkee reiästä.
- ▶ Havainto osoittaa, että aina kun varjostimelta kuuluu naksaus, jompi kumpi aukoista välähtää, ja vain toinen kerrallaan.
- ▶ Hienoa, elektroni siis kulkee vain toisesta reiästä ja naksahuttaa varjostimelle, nyt voimme siis seurata miten interferenssikuvio syntyy.
- ▶ Paitsi että, nyt kun seuraamme elektroneja ja kirjaamme kummasta raosta ne kulkivat, muodostuu varjostimelle saman lainen kuvio kuin luodeista.

## Ei voi olla totta

- ▶ Vaikka koejärjestelyjä kuinka yritettäisiin muuttaa, muodostuu varjostimelle aina interferenssikuvio, jos emme voi sanoa kummasta aukosta elektroni kulki.
- ▶ Vastaavasti varjostimelle syntyy kaksi kasaa, jos pystymme jotenkin erottamaan kummasta raosta elektroni meni.
- ▶ Luonto siis kirjaimellisesti pitää meitä pilkkanaan.
- ▶ Hyvä lyhyt filmi aiheesta:  
<https://www.youtube.com/watch?v=DfPeprQ7oGc>
- ▶ Ja hieman toisenlainen näkemys:  
<http://toutestquantique.fr/en/duality/>

## Todennäköisyysaallot

- ▶ Syy edellä olevaan ongelmaan pesiytyy syvälle kvanttimekaniikan perusteisiin: Heisenbergin epätarkkuusperiaatteeseen.
- ▶ Epätarkkuusperiaate sanoo, että hiukkasen paikkaa ja liikemäärää ei voi tuntea yhtäaikaan tiettyä rajaa tarkemmin. Toisin sanottuna, jos tiedät missä hiukkanen on, et tiedä mihin se on menossa, ja jos tiedät mihin se on menossa, et tiedä missä se on.
- ▶ Elektronin luonne aaltona on itseasiassa sen todennäköisyys olla jossain paikassa. Interferenssikuvio kuvaa tätä.
- ▶ Tarkemmin sanottuna aaltofunktion neliö antaa hiukkasen paikan todennäköisyyden.

$$P(\text{hiukkanen paikassa } x) = |\psi(x)|^2$$

- ▶ Havainnon tekeminen ”romahduttaa” aaltofunktion, ja hiukkasen paikka saadaan tarkasti selville.

# Aaltofunktio

- ▶ Kvanttimekaniikassa keskeinen käsite on aaltofunktio, jolla kuvataan hiukkasta tai systeemiä.
- ▶ Aaltofunktio pitää sisällään kaiken tiedon systeemistä.
- ▶ Esimerkiksi jos tutkitaan elektronia, saadaan elektronin sijainnin todennäköisyys tutkimalla aaltofunktion neliötä.
- ▶ Esimerkiksi yksittäisiä molekyyliä ja atomeja voi kuvata aaltofunktiolla, mutta nämä alkavat olla hyvin monimutkaisia matemaattisesti.
- ▶ Vaikka De Broglie-aallonpituudet saadaan yksinkertaisella kaavalla, aaltofunktion mudon ratkaiseminen on selviää vasta systeemin fysikaalisten ominaisuuksien perusteella.
- ▶ Tutustutaan seuraavaksi hieman perinteikkäisiin esimerkkeihin.



# Kvanttimekaniikan postulaatit

1. Fysikaalisen systeemin jokaista tilaa vastaa aaltofunktio  $\psi(\vec{r}, t)$ . Aaltofunktion neliö on systeemin todennäköisyystiheys.
2. Aaltofunktion aikariippuvuus määräytyy Schrödingerin yhtälöstä.
3. Systeemin jokaiseen mitattavaan ominaisuuteen liittyy lineaarinen operaattori, jonka ominaisarvot ovat mahdollisia mittaustuloksia.
4. Superpositioperiaate: Systeemin mikä tahansa tila voidaan esittää jonkin mitattavan suureen avulla määriteltyjen ominaistilojen superpositiona.
5. Korrespondenssiperiaate: Kvanttimekaniikan tulokset yhtyvät klassisen mekaniikan tuloksiin klassisella rajalla.