

1. Kun polynomi $P(x) = x^3 + 2ax^2 - 3ax$ jaetaan binomilla $x - 2$, saadaan jakojäännökseksi 4. Tutki onko polynomi $P(x)$ jaollinen binomilla $1 - x^2$.
2. Määritä kaikki kokonaislukuparit (m, n) , jotka toteuttavat yhtälön $(m + 2n + 1)(m - n + 2) = 5$.
3. Laske ympyrän sisään ja ympäri piirrettyjen säännöllisten 8-kulmioiden alojen suhde.
4. Määritä vakio a niin, että suora $3x + 4y + a = 0$ sivuaa ympyrää $x^2 + y^2 + 4x + 6y - 12 = 0$.
5. Osoita, että yhtälöllä $2x^4 + 6x = -3$ on ainakin kaksi reaalijuurta.
6. Paraabeli $y = \frac{3\pi}{16}(1 - x^2)$ jakaa ympyrän $x^2 + y^2 = 1$ rajoittaman alueen kahteen osaan. Määritä suuremman osan suhde pienempään.
7. Osoita derivaattaa käyttämättä, että funktio $f(x) = x + \frac{1}{x}$ on aidosti kasvava välillä $[1, \infty[$.
8. Tikkaiden alapää on 3,0 metrin etäisyydellä seinästä ja yläpää on seinällä 9,7 metrin korkeudella. Kuinka paljon tikkaiden yläpää laskeutuu, jos alapäätä vedetään 2,0 metriä pois päin seinästä?
9. Mikä pisteiden $(-1, 3)$ ja $(2, -2)$ kautta kulkevan suoran pisteistä on lähinnä origoa?
10. Ratkaise yhtälö $e^{2-x} - 2e^x = e$.
11. Ratkaise yhtälö $\sqrt{1+3x} + 2x = 0$.
12. Suorakulmaisen kolmion kaksi sivua ovat a ja $3a$. Määritä kolmas sivu.
13. Laske käyrien $y = x|x| + 3$ ja $y = x^2 + x$ rajaaman alueen ala.
14. Millä x :n arvoilla sarja $\sum_{n=0}^{\infty} (1 - 2\cos x)^n$ suppenee, ja mikä on tällöin sen summa?
15. Määritä käyrän $y = e^{2x-2} + x^3 - 1$ kohtaan $x = 1$ piirretyn normaalin yhtälö.
16. Juustopakkausten tuoteselostuksen mukaan juustossa on rasvaa 28% painosta ja 45% kuiva-aineesta. Kuinka monta prosenttia juuston painosta on vettä ja muita haihtuvia aineita?
17. Määritä sellainen luku x , että lukujen $\pi + 1$, $\pi + x$ ja πx keskiarvo on 2π .
18. Ratkaise yhtälö $|2x - 1| = |3x + 2|$.

19. Mikä on funktion $f(x) = \frac{x}{x-1} + \lg(2-x) + \sqrt{5x+3-2x^2}$ määrittelyjoukko.
20. Neljästä desilitrasta savea muotoillaan kaksi palloa siten, että pienemmän tilavuus on puolet suuremman tilavuudesta. Mitkä ovat pallojen säteet?
21. Jos kauppias alentaa tuotteen hintaa $p\%$, tuotetta myydään $1,6p\%$ enemmän. Mikä p :n arvo antaa kauppiaille suurimman myynnin arvon? Millä p :n arvolla myynnin arvo on sama kuin alkuperäisellä hinnalla?
22. Vektoreista \vec{a} ja \vec{b} tiedetään, että $\vec{a} + 2\vec{b} = \vec{i}$ ja $4\vec{a} + 5\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j}$. Kuinka suuri on vektorien \vec{a} ja \vec{b} välinen kulma?
23. Osoita, että $\frac{a}{b} + \frac{1}{a} > \frac{1}{b} + 1$, kun a ja b ovat reaalilukuja ja $a > b > 1$.
24. Kahdella kolmiolla on sama pinta-ala. Toisen kolmion sivut ovat 5 cm, 5 cm ja 4 cm. Toisessakin kolmiossa on kaksi 5 cm mittaista sivua. Miten pitkä on tämän kolmion kolmas sivu, kun kolmiot eivät ole yhteneviä?
25. Määritä vakio a siten, että $\int_0^1 (e^x + ax) dx = 0$.
26. Kuinka monta termiä aritmeettisen summan $1 + 3 + 5 + \dots + K$ alusta on laskettava yhteen, jotta summan arvo olisi vähintään miljoona?

- (*) a) Määrittää kolmion ABC kulmien puolittajasuorien yhtälöt, kun $A = (0,0)$, $B = (2,4)$ ja $C = \left(5\frac{1}{3}, -2\frac{2}{3}\right)$.
- b) Todista, että kaikki kolmion ABC puolittajasuorat kulkevat saman pisteen Q kautta.
- c) Todista, että piste Q keskipisteenä voidaan piirtää ympyrä, joka sivuaa kolmion ABC jokaista sivua. Määrittää tämän ympyrän säde ja yhtälö.
- (*) Olkoon funktio $f(x) = 1 - \ln \sqrt{x-1}$.
- a) Millä x :n arvoilla funktio $f(x)$ saa positiivisia arvoja?
- b) Määrittää sen kolmion pinta-ala, jonka muodostavat kohtaan $x = 2$ piirretty tangentti ja normaali y -akselin kanssa.
- c) Määrittää funktion $f(x)$ käänteisfunktion lauseke ja määrittelyjoukko.
- d) Käyrä $y = f(x)$ pyörrähtää y -akselin ympäri välillä $0 \leq y \leq 1$. Laske syntyneen pyörähdyskappaleen tilavuus.
- (*) a) Määrittää funktio $g(t)$ siten, että $\int_1^{a+1} g(t) dt = a^2 + a$.
- b) Funktio $f(x)$ on jatkuva väleillä $-1 < x < 0$ ja $x > 0$ sekä lisäksi funktio toteuttaa ehdot $1^\circ f(0) = 0$ ja $2^\circ \frac{\ln(1+x)}{x} \leq \frac{f(x)}{x} \leq 1$. Määrittää $f'(0)$.
- (*) Laske funktion $f(x) = e^{-x}(\sin x + \cos x)$ derivaatta. Osoita, että käyrän $y = e^{-x} \sin x$ ja x -akselin alueessa $x \geq 0$ rajoittamien alueiden A_0, A_1, A_2, K pinta-alat muodostavat geometrisen jonon.