

# Matemaattinen fysiikka: Fysikan tehtäviä integroinnista

1. Santeri työntää raskasta kaappia. Hänen väsyessään voima hiipuu siten, että kaappiin vaikuttava kokonaisvoima noudattaa kaapin pysähtymiseen asti likimain funktiota

$$F(s) = -20s^2 + 200.$$

Kuinka pitkän matkan kaappi siirtyi? Laske kaappiin tehty työ työnnön aikana.

2. Linnea totesi, että Santeri siirsi kaapin aivan väärään paikkaan. Hän siirtää kaapin takaisin, muttei jaksa työntää sitä kerralla, joten hän tönäisee kaappia toistuvasti, siten, että voima noudattelee tällä kertaa likimain funktiota

$$F(s) = 250 \sin^2(4s)$$

Arvioi (esimerkiksi kuvaajan avulla), montako kertaa linnea tönäisi kaappia, ennen kuin se oli kutakuinkin takaisin paikoillaan. Kumman siirron aikana kokonaistyö oli suurempi?

3. Johda potentiaalienergian kaava, kun kappale nostetaan tasaisella nopeudella voimalla  $F = mg$  korkeudelle  $h$ .
4. Tarkastellaan tasaisesti kiihtyvää liikettä. Osoita, että  $Fds = pdv$ , edellyttäen, että massa  $m$  on vakio.
5. Johda jousen potentiaalienergian lauseke, kun jousen venyttämiseen tarvitaan voima  $F = kx$ , missä  $k$  on jousivakio, ja  $x$  venymä.
6. Tehtävässä 3 oletetaan, että putoamiskiihtyvyys  $g$  on vakio, vaikkei näin tietenkään todellisuudessa ole. Johda Maan pinnalta korkeudelle  $h$  nostetun kappaleen potentiaalienergia Newtonin gravitaatiolaista

$$F = \gamma \frac{mM}{r^2},$$

missä  $\gamma$  on gravitaativakio,  $m$  kappaleen massa,  $M$  Maan massa ja  $r$  etäisyys Maan keskipisteestä.

7. Laske kaasun tekemä työ, kun sen tilavuus on alukutilassa sen paine on  $5,00 \cdot 10^5$  Pa ja tilavuus on  $0,200 \text{ m}^3$  ja kaasu puristetaan vakiopaineessa tilavuuteen  $0,120 \text{ m}^3$ .
8. Sylinterissä on  $0,250 \text{ mol}$  hiilidioksidia  $27^\circ \text{ C}$  lämpötilassa. Sylinterin päässä oleva kitkaton mäntä pitää kaasun paineen vakiona yhden ilmakehän suuruudessa. Kaasua lämmitetään, kunnes sen lämpötila on  $127^\circ \text{ C}$ . Kuinka suuren työn kaasu tekee? Kuinka suuri työ olisi ollut, jos paine olisi ollut  $0,5$  ilmakehää?

**Vastauksia:**

1. 3,16 m, 422 J
2. Linnean tekemä työ n. 393 J
7. -40 kJ
8. 208 J