

Matemaattinen fysiikka: Koordinaatistoja

- Tarkastellaan kahta kaksiulotteista koordinaatistoa K ja K' . Näiden x - ja y -akselit ovat keskenään samansuuntaiset, mutta K' :n origo sijaitsee K :n pisteessä $(4,3)$. Piirrä kuva.
 - Mitkä ovat K :n pisteen $(-4,1)$ koordinaatit K' :ssa?
 - Mitkä ovat K :n origon koordinaatit K' :ssa?
 - Muodosta lauseke, jolla mielivaltainen K :n piste (x,y) voidaan lausua K' :ssa.
 - Muodosta lauseke, jolla mielivaltainen K' :n piste (x',y') voidaan lausua K :ssa.
- Olkoon koordinaatistot kuten edellisessä tehtävässä. Tarkastellaan K :ssa liikkuvaa hiukkas-
ta, jonka x ja y -koordinaatit riippuvat ajasta seuraavasti: $x(t) = 2t - 1$ ja $y(t) = t + 2$.
 - Minkä tyyppistä hiukkasen liike on?
 - Missä pisteessä hiukkanen on tarkastelun alussa ($t = 0$)?
 - Määritä hiukkasen ratakäyrä $y(x)$ ja hahmottele se koordinaatistoon.
 - Millainen on ratakäyrän yhtälö K' :ssa?
 - Muodosta funktiot $x'(t)$ ja $y'(t)$.
- Muodosta koordinaattimuunnos karteesisista koordinaateista napakoordinaatteihin. Voit olet-
taa, että sekä x , että y ovat positiivisia. Vinkki: Käytä hyväksi materiaalin muunnoskaavaa
napakoordinaateista karteesiin koordinaatteihin.
- Muunna napakoordinaatiston vektorit $(3, 30^\circ)$, $(2, 90^\circ)$ ja $(1, 45^\circ)$ karteesiseen koordinaatis-
toon.
- Muunna karteesisen koordinaatiston vektorit $(1,2)$, $(1,0)$ ja $(6,1)$ napakoordinaatistoon.
- Muunna sylinterikoordinaatiston pisteet (r,θ,z) karteesiseen koordinaatistoon.
 - $(4, \frac{\pi}{6}, 3)$
 - $(4, \frac{7\pi}{6}, 3)$
 - $(2, \pi, -4)$
- Muunna karteesisen koordinaatiston pisteet (x,y,z) sylinterikoordinaatistoon.
 - $(1, \sqrt{3}, 2)$
 - $(3, -3, 7)$
 - $(1, 1, 5)$
- Muunna pallokoordinaatiston pisteet (r,θ,φ) karteesiseen koordinaatistoon.
 - $(0, 3, \pi)$
 - $(12, -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$
 - $(3, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{6})$
- Muunna karteesisen koordinaatiston pisteet (x,y,z) pallokoordinaatistoon.
 - $(4, 0, 0)$
 - $(0, 3, 0)$
 - $(-2, 2\sqrt{3}, 4)$

Vastauksia:

- (a) $(-8,-2)$
(b) $(-4,-3)$
- (b) $(-1,2)$
-

$$\begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \theta = \arctan \frac{y}{x} \end{cases}$$

Tässä tehtävässä oletettiin, että molemmat karteesiset koordinaatit ovat positiivisia. Mikäli näin ei ole tilanne mutkistuu hieman. Lue lisää [Wikipediasta](#).

- $(\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2})$, $(0,2)$, $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$
- $(\sqrt{5}, 63,43^\circ)$, $(1, 0^\circ)$, $(\sqrt{37}, 9,46^\circ)$
- (a) $(2\sqrt{3}; 2,3)$
(b) $(-2\sqrt{3}; -2,3)$
(c) $(-2,0; -4)$
- (a) $(2, \frac{\pi}{3}, 2)$
(b) $(3\sqrt{2}, -\frac{\pi}{4}, 7)$
(c) $(\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}, 5)$
- (a) $(0,0,0)$
(b) $(6, -6, 6\sqrt{2})$
(c) $(\frac{3\sqrt{6}}{4}, \frac{3\sqrt{2}}{4}, \frac{3\sqrt{2}}{2})$
- (a) $(4, \frac{\pi}{2}, 0)$
(b) $(3, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$
(c) $(4\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{3})$