

# Matemaattinen fysiikka: Koordinaatistoja

- Tarkastellaan kahta kaksiulotteista koordinaatistoa  $K$  ja  $K'$ . Näiden  $x$ - ja  $y$ -akselit ovat keskenään samansuuntaiset, mutta  $K'$ :n origo sijaitsee  $K$ :n pisteessä  $(4,3)$ . Piirrä kuva.
  - Mitkä ovat  $K$ :n pisteen  $(-4,1)$  koordinaatit  $K'$ :ssa?
  - Mitkä ovat  $K$ :n origon koordinaatit  $K'$ :ssa?
  - Muodosta lauseke, jolla mielivaltainen  $K$ :n piste  $(x, y)$  voidaan lausua  $K'$ :ssa.
  - Muodosta lauseke, jolla mielivaltainen  $K'$ :n piste  $(x', y')$  voidaan lausua  $K$ :ssa.
- Olkoon koordinaatistot kuten edellisessä tehtävässä. Tarkastellaan  $K$ :ssa liikkuvaa hiukkas-  
ta, jonka  $x$  ja  $y$ -koordinaatit riippuvat ajasta seuraavasti:  $x(t) = 2t - 1$  ja  $y(t) = t + 2$ .
  - Minkä tyyppistä hiukkasen liike on?
  - Missä pisteessä hiukkanen on tarkastelun alussa ( $t = 0$ )?
  - Määritä hiukkasen ratakäyrä  $y(x)$  ja hahmottele se koordinaatistoon.
  - Millainen on ratakäyrän yhtälö  $K'$ :ssa?
  - Muodosta funktiot  $x'(t)$  ja  $y'(t)$ .
- Muodosta koordinaattimuunnos karteesisista koordinaateista napakoordinaatteihin. Voit olet-  
taa, että sekä  $x$ , että  $y$  ovat positiivisia. Vinkki: Käytä hyväksi materiaalin muunnoskaavaa  
napakoordinaateista karteesiin koordinaatteihin.
- Muunna napakoordinaatiston vektorit  $(3, 30^\circ)$ ,  $(2, 90^\circ)$  ja  $(1, 45^\circ)$  karteesiseen koordinaatis-  
toon.
- Muunna karteesisen koordinaatiston vektorit  $(1, 2)$ ,  $(1, 0)$  ja  $(6, 1)$  napakoordinaatistoon.
- Muunna sylinterikoordinaatiston pisteet  $(r, \theta, z)$  karteesiseen koordinaatistoon.
  - $(4, \frac{\pi}{6}, 3)$
  - $(4, \frac{7\pi}{6}, 3)$
  - $(2, \pi, -4)$
- Muunna karteesisen koordinaatiston pisteet  $(x, y, z)$  sylinterikoordinaatistoon.
  - $(1, \sqrt{3}, 2)$
  - $(3, -3, 7)$
  - $(1, 1, 5)$
- Muunna pallokoordinaatiston pisteet  $(r, \theta, \varphi)$  karteesiseen koordinaatistoon.
  - $(0, 3, \pi)$
  - $(12, -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$
  - $(3, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{6})$
- Muunna karteesisen koordinaatiston pisteet  $(x, y, z)$  pallokoordinaatistoon.
  - $(4, 0, 0)$
  - $(0, 3, 0)$
  - $(-2, 2\sqrt{3}, 4)$

## Vastauksia:

1. -

2. -

3.

$$\begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \theta = \arctan \frac{y}{x} \end{cases}$$

Tässä tehtävässä oletettiin, että molemmat karteesiset koordinaatit ovat positiivisia. Mikäli näin ei ole tilanne mutkistuu hieman. Lue lisää [Wikipediasta](#).

4.  $(\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2}), (0, 2), (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$

5.  $(\sqrt{5}, 63, 43^\circ), (1, 0^\circ), (\sqrt{37}, 9, 46^\circ)$

6. (a)  $(2\sqrt{3}, 2, 3)$

(b)  $(-2\sqrt{3}, -2, 3)$

(c)  $(-2, 0, -4)$

7. (a)  $(2, \frac{\pi}{3}, 2)$

(b)  $(3\sqrt{2}, -\frac{\pi}{4}, 7)$

(c)  $(\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}, 5)$

8. (a)  $(0, 0, 0)$

(b)  $(6, -6, 6\sqrt{2})$

(c)  $(\frac{3\sqrt{6}}{4}, \frac{3\sqrt{2}}{4}, \frac{3\sqrt{2}}{2})$

9. (a)  $(4, \frac{\pi}{2}, 0)$

(b)  $(3, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

(c)  $(4\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{3})$