

MAY1 Välitesti 2 Ratkaisut

- Paljonko on 43 % luvusta 120?
 - Montako prosenttia luku 73 on luvusta 652?
 - Jos sakot annetaan kun nopeus ylittää rajoituksen vähintään 5 %, niin millä nopeudella todellisuudessa voit ajaa 80 km/h rajoitetulla alueella?
 - Emman kuukausipalkka on 1600 euroa. Sitä nostettiin ensin 3 % ja vuoden kuluttua 4 %. Kuinka suuri Emman palkka on nostojen jälkeen?
 - Kuinka monen prosentin alennuksen Matti sai ostamaansa autoon, kun 26 000 euroa maksaneen Peugeotin hinta aleni 4000 euroa?

Ratkaisut:

(a)

43% on desimaalilukuna 0,43. Näin ollen vastaus saadaan $0,43 \cdot 120 = 51,6$.

(b)

Verrataan lukua 73 lukuun 652:

$$\frac{73}{652} = 0,11196319\dots \approx 0,11 = 11\%$$

(c)

Lasketaan 5% luvusta 80:

$$0,05 \cdot 80 = 4$$

Näin ollen nopeudeksi jolla ei saa sakkoja saadaan:

$$80 \text{ km/h} + 4 \text{ km/h} = 84 \text{ km/h}.$$

(d)

Nostetaan 1600 euroa 3%:

$$1,03 \cdot 1600 = 1648.$$

Nyt tätä uutta palkkaa nostetaan vielä 4 % eli: $1,04 \cdot 1648 = 1713,92$ euroa.

(e)

Pitää siis laskea montako prosenttia 4000 euroa on 26000 eurosta.

Eli verrataan lukua 4000 lukuun 26000:

$$\frac{4000}{26000} = 0,153846\dots \approx 15,4\%.$$

2. (a) Geometrisen lukujonon ensimmäinen jäsen $a_1 = 5$ ja suhdeluku $q = 2$. Määritä lukujonon neljä ensimmäistä jäsentä.
- (b) Olkoon lukujono $3, -15, 75, -375, \dots$ geometrinen. Määritä suhdeluku ja viides jäsen.
- (c) Laske aritmeettinen summa $3 + 5 + 7 + \dots + 21$.
- (d) Laske geometrisen lukujonon $a_n = -3 \cdot 3^{n-1}$ kymmenen ensimmäisen jäsenen summa.
- (e) Yrityksen tulos on eräänä vuonna 750 000 euroa. Laske yrityksen kokonaistulos kyseisen ja seuraavan viiden vuoden ajalta, mikäli yrityksen tulos kasvaa vuosittain 2,5 %.

Ratkaisut:

- (a) Geometrisen lukujonon jäsenet voidaan laskea kaavalla $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, kun tunnetaan ensimmäinen jäsen ja suhdeluku. Lukujonon jäsenet voidaan laskea:

$$a_2 = 5 \cdot 2^{2-1} = 5 \cdot 2 = 10$$

$$a_3 = 5 \cdot 2^{3-1} = 5 \cdot 2^2 = 20$$

$$a_4 = 5 \cdot 2^3 = 40$$

- (b) Suhdeluku, eli kahden peräkkäisen luvun suhde on

$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{-15}{3} = -5$$

Koska lukujono on geometrinen, saadaan viides jäsen kertomalla neljäs jäsen suhdeluvulla:

$$a_5 = a_4 \cdot q = -375 \cdot (-5) = 1875$$

- (c) Käytetään aritmeettisen summan kaavaa

$$S_n = n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2}.$$

Summattavia on yhteensä kymmenen kappaletta, ensimmäisen ollessa 3 ja viimeisen 21. Näin ollen

$$S_n = 10 \cdot \frac{3 + 21}{2} = 10 \cdot 12 = 120.$$

- (d) Lukujonon ensimmäinen jäsen on $a_1 = -3$ ja suhdeluku $q = 3$. Käyttämällä geometrisen summan kaavaa saadaan:

$$S_{10} = \frac{a_1 \cdot (1 - q^{10})}{1 - q} = \frac{-3 \cdot (1 - 3^{10})}{1 - 3} = -88572$$

- (e) Yrityksen tuloksesta voidaan muodostaa geometrinen lukujono, jonka ensimmäinen jäsen on 750 000 ja suhdeluku 1,025 (tulos kasvaa 2,5%, eli edellisen vuoden tulos kerrotaan luvulla 1,025). Näin ollen yhteensä kuuden vuoden ajalta voidaan laskea geometrinen summa S_6 .

$$S_6 = \frac{750000 \cdot (1 - 1,025^6)}{1 - 1,025} = 4790802,546,$$

eli yrityksen kokonaistulos kyseiseltä kuudelta vuodelta on n. 4,8 miljoonaa euroa.