

Mekaniikan jatkokurssi: Liikkeen suuret funktioina

1. Auton nopeus noudattelee funktiota

$$v(t) = A + Bt^2,$$

missä $A = 3,00 \text{ m/s}$ ja $B = 0,120 \text{ m/s}^3$.

- Laske keskikihtyvyys ajanhetkestä $t = 0 \text{ s}$ ajan hetkeen $t = 5,00 \text{ s}$.
 - Laske hetkellinen kiihtyvyys ajanhetkillä $t = 0 \text{ s}$ ja $t = 5,00 \text{ s}$.
 - Piirrä tarkat kuvaajat auton nopeudesta ja kiihtyvyydestä ajan funktiona aikavälillä $0 - 5,00 \text{ s}$.
2. Kukkaruukku putoaa ikkunalaudalta ja putoaa alapuolella olevan ikkunan ohitse. Siltä kestää $0,410 \text{ sekuntia}$ ohittaa ikkuna, joka on $1,80 \text{ metriä}$ korkea. Kuinka kaukana ikkunan yläreuna on ikkunalaudasta, josta kukkaruukku putoaa? Ilmanvastuksen voi jättää huomiotta.
3. Hiukkasen paikka ajan funktiona saadaan lausekkeesta

$$x(t) = At + Bt^2 + Ct^3,$$

missä $A = 0,75 \text{ m/s}$, $B = 1,12 \text{ m/s}^2$ ja $C = 0,215 \text{ m/s}^3$. Laske hiukkasen nopeus ja kiihtyvyys ajan funktiona. Mikä on paikka, nopeus ja kiihtyvyys ajan hetkellä $t = 3,5 \text{ s}$.

4. Moottoripyörän kiihtyvyys saadaan funktiosta

$$a(t) = At - Bt^2,$$

missä $A = 1,42 \text{ m/s}^3$ ja $B = 0,121 \text{ m/s}^4$. Moottoripyörä on levossa ajan hetkellä $t = 0 \text{ s}$. Määritä moottoripyörän paikka ja nopeus ajan funktiona sekä maksiminopeus.

5. Kappale, jonka massa on $1,9 \text{ kg}$ liikkuu siten, että sen paikka ja nopeus ajan hetkellä $t = 0 \text{ s}$ ovat $\vec{r} = 3\hat{i} - 4\hat{j} - 8\hat{k} \text{ m}$ ja $\vec{v} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k} \text{ m/s}$. Ajan hetkellä $t = 1 \text{ s}$ kappaleeseen kohdistetaan voima $\vec{F} = \hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ kahden sekunnin ajan. Missä kappale on ajan hetkellä $t = 3,5 \text{ s}$ ja mikä sen nopeus silloin on?

Vastauksia:

1. (a) $0,600 \text{ m/s}^3$
(b) 0 ja $1,20 \text{ m/s}^2$
2. $28,9 \text{ cm}$
3. b) $25,6 \text{ m}$ ja $16,5 \text{ m/s}$ ja $6,76 \text{ m/s}^2$
4. a) $v(t) = \frac{At^2}{2} - \frac{Bt^3}{3}$ ja $x(t) = \frac{At^3}{6} - \frac{Bt^4}{12}$ b) 117 km/h
5. $\bar{r} = 11,6\hat{i} - 5,24\hat{j} + 5,66\hat{k} \text{ m}$ ja $\bar{v} = 3,05\hat{i} - 2,16\hat{j} + 5,11\hat{k} \text{ m/s}$