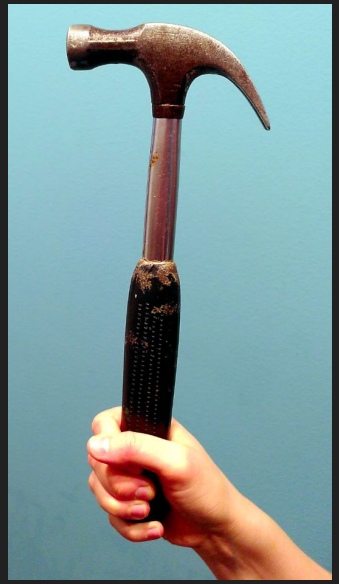
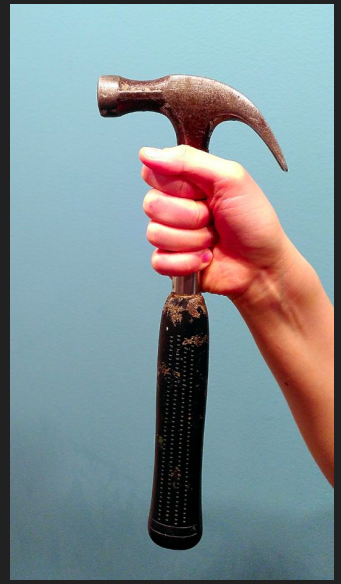
Hitausmomentti ja pyörimisen liikeyhtälö

Hitausmomentti *J* (eng. *I*)

- Hitausmomentti kuvaa kappaleen pyörimishitautta, eli sitä, miten vaikeaa kappaleen pyörimistä on muuttaa.
- Vrt. massa etenemisliikkeessä.
- Hitausmomentti riippuu kappaleen massasta, sekä siitä, kuinka kaukana massa on pyörimisakselista.
- Pistemassan hitausmomentti $J = mr^2$

$$[J] = [m]\,[r]^2 = 1\ \mathrm{kgm}^2$$



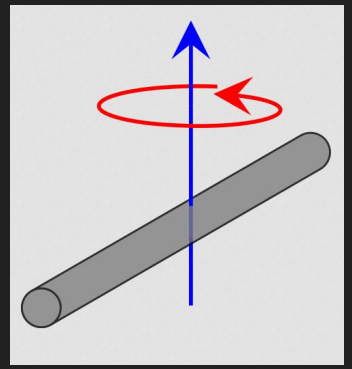


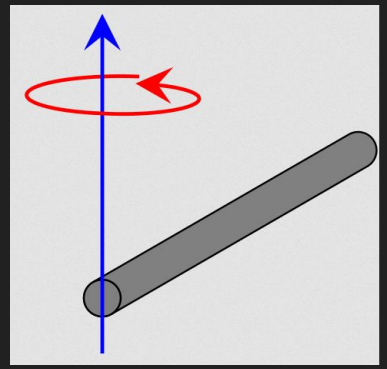
Animaatio

Hitausmomentti riippuu kappaleen muodosta

- Eri muotoisten kappaleiden hitausmomentteja
- Yleissääntö on, että mitä kauemmaksi massa pyörimisakselista päätyy, sitä suurempi hitausmomentti on.
- Esim. saman massaisen renkaan hitausmomentti on suurempi kuin kiekon.
- Hitausmomentteja on listattu taulukkokirjassa.
- Saman kappaleen hitausmomentti on eri, jos pyörimisakseli on eri!

$$J_{\text{keski}} = \frac{1}{12} m L^2$$





$$J_{\text{pääty}} = \frac{1}{3} m L^2$$

Pyörimisen peruslaki

- Yhteys momentin ja sen kappaleeseen aiheuttamaan kulmakiihtyvyyteen vastaa Newtonin II lakia (*F=ma*) etenemisliikkeelle.
- Kappaleeseen kohdistuva momentti *M* aiheuttaa kappaleelle, jonka hitausmomentti on *J*, kulmakiihtyvyyden *a* siten, että

$$\sum M = J\alpha$$

- Momentit ja hitausmomentti täytyy laskea aina saman akselin suhteen!
- Perusyhtälö on siis sama pyörimisliikkeessä ja etenemisliikkeessä, kun suureet vaihdetaan vastaaviin!

Höyrykoneen vauhtipyörällä on suuri hitausmomentti.

kuva: Витольд Муратов , CC BY-SA 3.0,

Steinerin sääntö

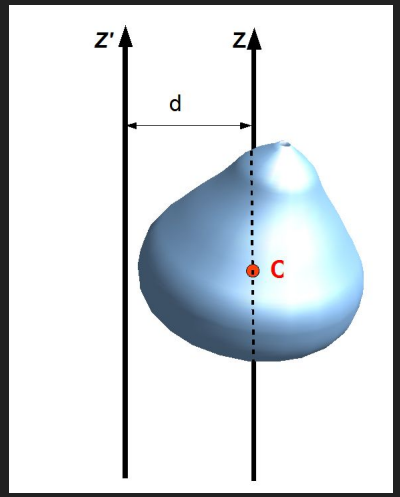
- Jos kappaleen hitausmomentti on helppo laskea massakeskipisteen kautta kulkevan akselin suhteen, sen voi laskea minkä tahansa yhdensuuntaisen akselin suhteen Steinerin säännön (*parallel axis theorem*) avulla.

Hitausmomentti akselin A suhteen

$$J_{\mathrm{A}} = J_{\mathrm{mkp}} + ma^2$$

a on akselin A etäisyys massa-keskipisteen kautta kulkevasta akselista

J_{mkp} on hitausmomentti massa-keskipisteen kautta kulkevan akselin suhteen.



$$J_{\mathrm{Z}'} = J_{\mathrm{Z}} + md^2$$

Erilaisia merkintöjä näkyy eri lähteissä runsaasti!

kuva: Jack Ver - Own work, CC BY-SA 3.0,