

Yhdistetty eteneminen ja  
pyöriminen

# Momentin tekemä työ

- Kappaleen siirtymän kanssa yhdensuuntaisen voiman tekemä mekaaninen työ on  $W = Fs$ .
- Analogisesti momentin tekemä työ, joka lisää kappaleen pyörimisenergiaa on  $W = M\Delta\varphi$        $[W] = [M][\varphi] = 1 \text{ Nm} = 1 \text{ J}$
- Pyörimisen työperiaate: Kappaleeseen kohdistuvan kokonaismomentin tekemä työ on yhtä suuri kuin kappaleen pyörimisenergian muutos.

$$W = \Delta E_r$$

$$\sum M \cdot \Delta\varphi = \frac{1}{2}J\omega_2 - \frac{1}{2}J\omega_1$$

Työperiaate on usein kätevä tapa ratkaista ongelma, jonka voisi ratkaista myös energian säilymislailla tai dynamiikan ja kinematiikan avulla.

# Pyörimisen ja etenemisen yhdistäminen

- Jäykän kappaleen liikettä voidaan tarkastella massakeskipisteen etenemisliikkeen ja massakeskipisteen kautta kulkevan akselin ympäri kulkevan pyörimisakselin ympäri tapahtuvan pyörimisliikkeen yhdistelmänä.
- Kokonaisliike-energia on etenemis- ja pyörimisenergioiden summa:

$$E_k = E_t + E_r = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J\omega^2$$

missä  $J$  on massakeskipisteen kautta kulkevan akselin mukaan laskettu.

# Vieriminen

- Vieriessä kappale pyörii hankaamatta alustaa.
- Vierimisehdot:

Kun kappaleen kulmanopeus on  $\omega$  ja kulmakiihtyvyys  $\alpha$ , vierivän kappaleen painopisteen nopeudelle  $v_p$  ja

kiihtyvyydelle  $a_p$  pätee

$$v_p = r\omega \quad a_p = r\alpha$$

- Eteneminen ja pyöriminen eivät välttämättä liity toisiinsa. Kokonaisuuden voi aina kuvata dynamiikan peruslailla ja pyörimisen perusyhtälöllä

Johto:

Siirtymä vastaa kaaren pituutta

$$\Delta x = r\Delta\varphi$$

Jakamalla  $\Delta t$  :llä

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = r \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

$$v_p = r\omega$$

Jos nopeus muuttuu,

$$\Delta v_p = r\Delta\omega$$

Jakamalla  $\Delta t$  :llä

$$\frac{\Delta v_p}{\Delta t} = r \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

$$a_p = r\alpha$$