

# Ympyräliikkeen dynamiikkaa

# Ratanopeuden yhteys kulmanopeuteen

- Ympyräliikettä voidaan kuvata sekä etenemisliikkeen, että pyörimisliikkeen suureilla.
- Ratanopeuden ja kulmanopeuden välillä on yhteys:

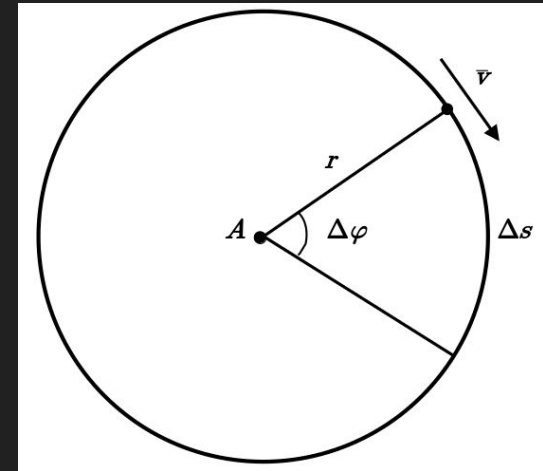
Ajassa  $\Delta t$  kappale liikkuu matkan  $\Delta s$ .

Radiaanin määritelmän mukaan kulma on

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta s}{r}, \text{ josta } \Delta s = r\Delta\varphi.$$

Jaetaan yhtälö puolittain ajalla  $\Delta t$ .

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = r \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \Rightarrow v = r\omega$$



# Tasainen ympyräliike

- Tasaisessa ympyräliikkeessä kappale kulkee ympyrän muotoisella radalla.
- Kappaleeseen kohdistuva kokonaisvoima kohdistuu aina radan keskipisteeseen.
- Tällöin kappaleen kiihtyvyys on *normaalikiihtyvyyttä*, joka muuttaa kappaleen kulkusuuntaa, ei nopeuden suuruutta.

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{(r\omega)^2}{r} = r\omega^2$$

- Esim. Gravitaatio pitää Kuun ympyräradalla Maan ympärillä.

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad \gamma \frac{mM}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

# Muuttuva ympyräliike

Esimerkki: heilurin  
kiihtyvyys

- Jos kappaleen ratanopeuden suuruus muuttuu, puhutaan muuttuvasta ympyräliikkeestä.
- Suuntaa muuttava kiihtyvyys on normaalikiihtyvyys, vauhtia muuttava *tangenttikiihtyvyys*  $a_t$ .

Jos ympyräradan säde  $r$  pysyy vakiona ratanopeuden muutos on

$$\Delta v = r\Delta\omega \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta v}{\Delta t} = r \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Ensimmäinen lauseke on vauhdin muutos eli tangenttikiihtyvyys.

$$a_t = r\alpha$$

$\alpha$  on kappaleen kulmakiihtyvyys.

Kokonaiskiihtyvyys on tangentti- ja normaalikiihtyvyyden vektorisumma.

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

